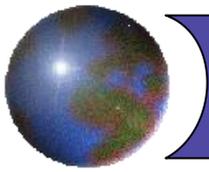


# 齿轮传动



## 主要内容:

齿轮的特点和类型

渐开线齿轮的啮合传动

渐开线齿轮的加工与齿廓的根切（补变位齿轮）

## 重点和难点:

渐开线齿廓的特性

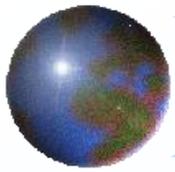
根切的原因

变位修正

变位齿轮的计算

## 达到的技能:

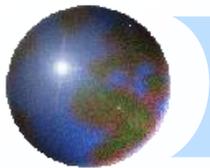
齿轮参数的计算



# 第一节 齿轮传动的特点与类型

## 一、齿轮传动的特点

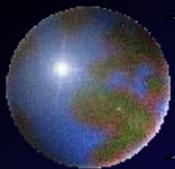
- **1) 适用的功率和圆周速度范围广** 传递的功率可达数十万千瓦，圆周速度可达 $200\text{m} / \text{s}^2$ 。
- **2) 效率高** 常用的机械传动中，齿轮机构的效率为最高，可达99%。
- **3) 传动比稳定** 齿轮机构能保证**平均传动比**和**瞬时传动比**稳定。
- **4) 结构紧凑** 在同样的使用条件下，齿轮机构所需的**空间尺寸**较小。



- **5) 工作可靠、寿命长** 设计制造正确合理、使用维护良好的齿轮机构，工作可靠，寿命可长达一、二十年，是其它机械传动不能比拟的。
- **6) 可实现平行轴、任意角相交轴和任意角交错轴之间的传动。**

## 齿轮机构的缺点：

- 1) 制造及安装精度要求高，价格较贵；
- 2) 不宜用于传动距离过大的场合。



## 二、齿轮机构的类型

# 齿轮机构

### 平面齿轮机构

两齿轮轴线  
平行

直齿圆柱齿轮

外啮合

内啮合

齿轮齿条

斜齿圆柱齿轮

人字齿轮机构

### 空间齿轮机构

两齿轮轴线  
不平行

交错轴齿轮机构

螺旋齿轮机构

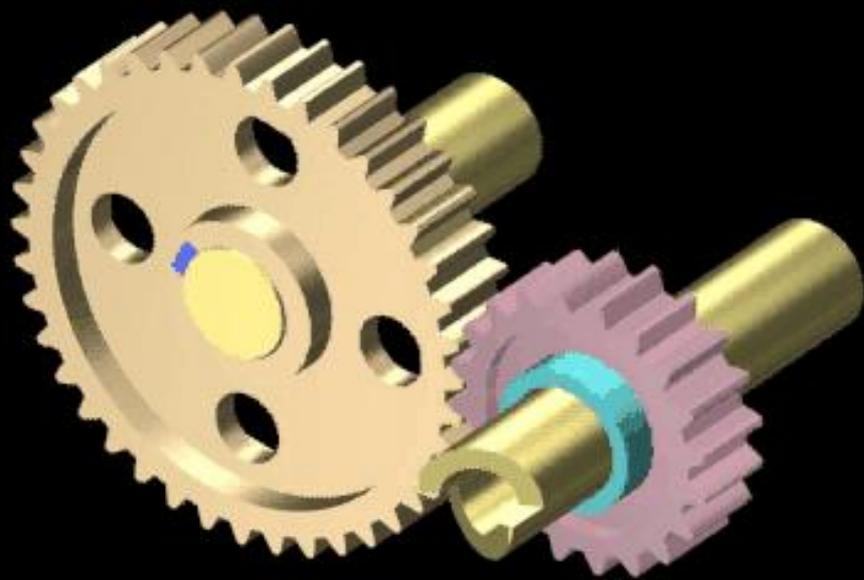
蜗杆蜗轮机构

相交轴齿轮机构

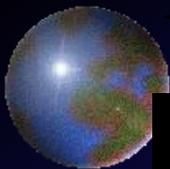
圆锥齿轮机构

下一节

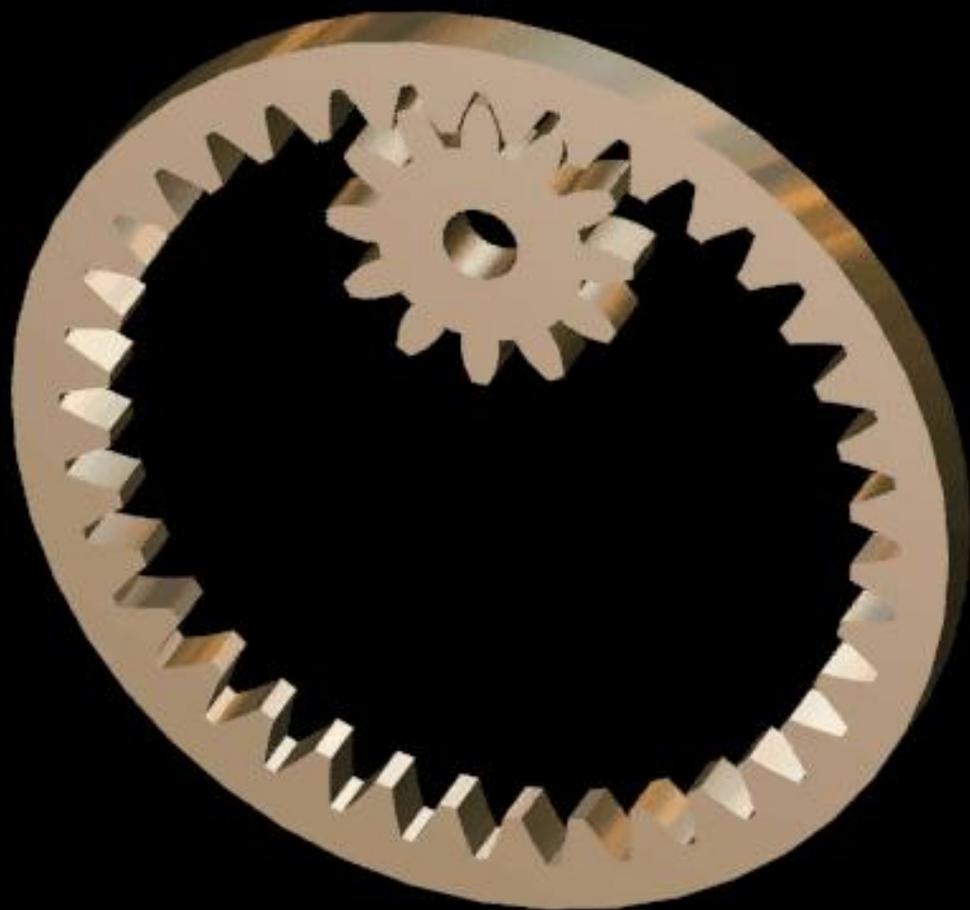
直齿圆柱齿轮——外啮合



返回

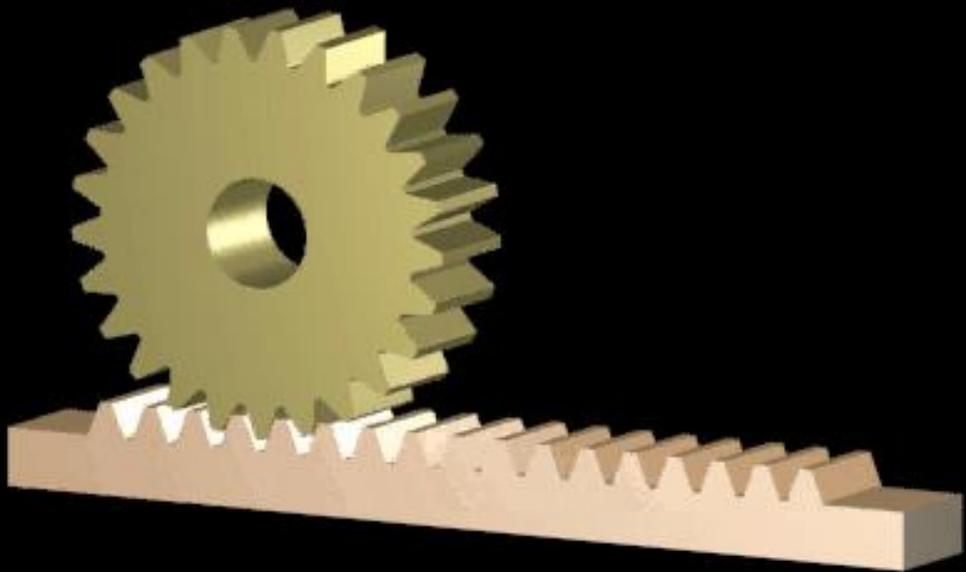


# 直齿圆柱齿轮——内啮合

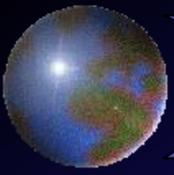


返回

直齿圆柱齿轮——齿轮齿条



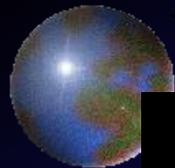
返回



# 斜齿圆柱齿轮



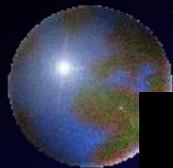
返回



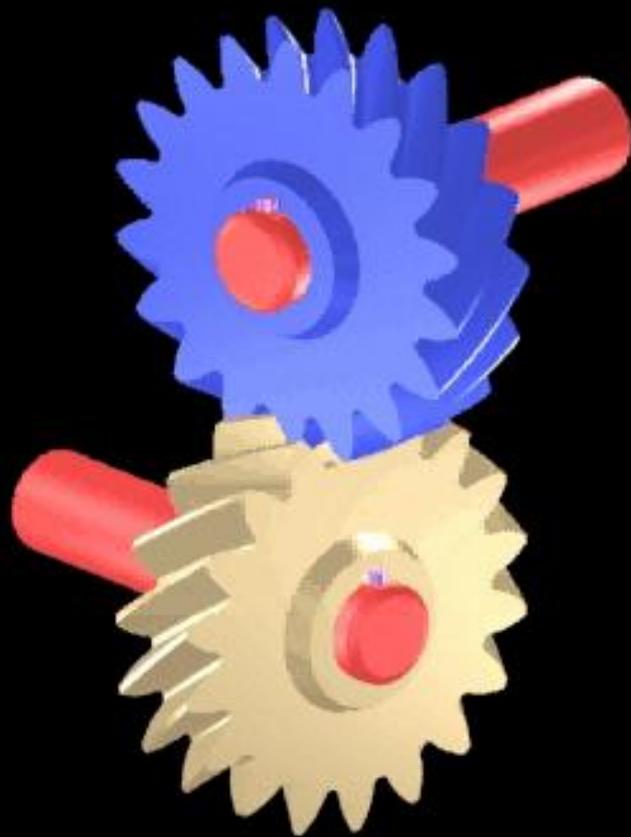
# 人字齿轮机构



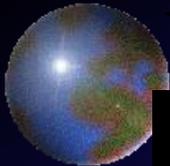
返回



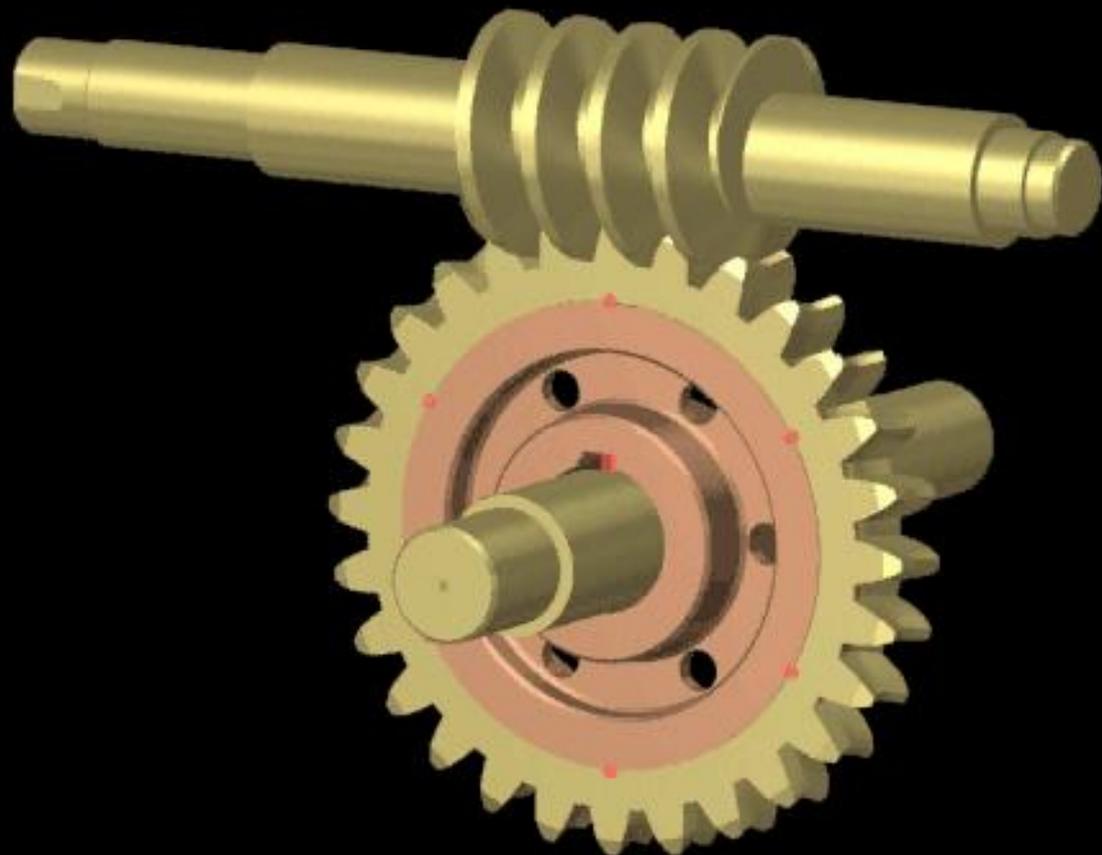
# 螺旋齿轮机构



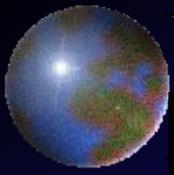
返回



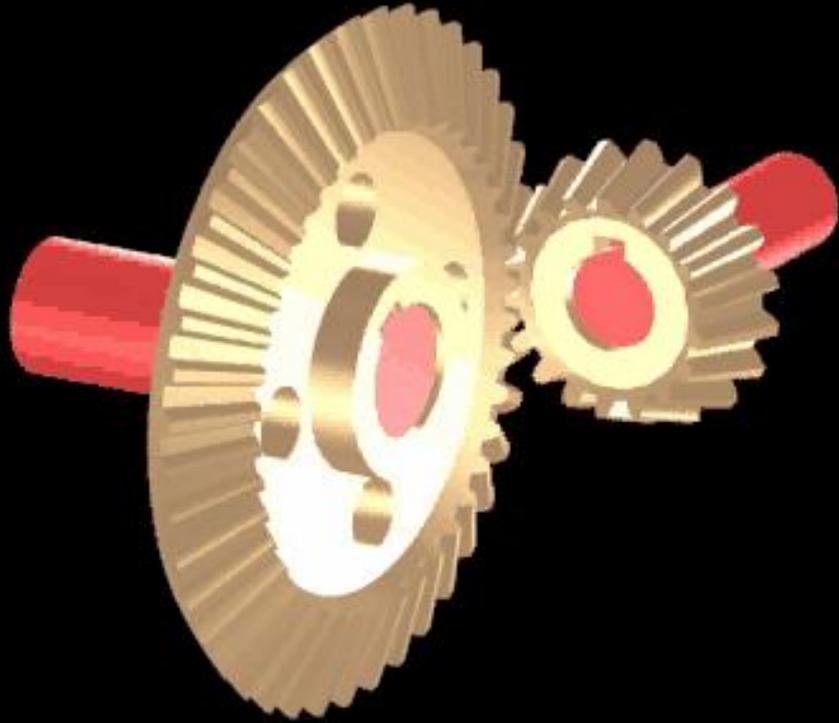
# 蜗杆蜗轮机构



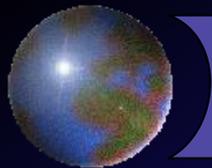
返回



# 圆锥齿轮机构



返回



### 三、齿轮传动的基本要求

齿轮传动要适应机械装置和机器的要求，就必须满足：

- 1) 要求传动平稳，保证两齿轮瞬时传动比为常数；
- 2) 要求轮齿具有一定的承载能力。

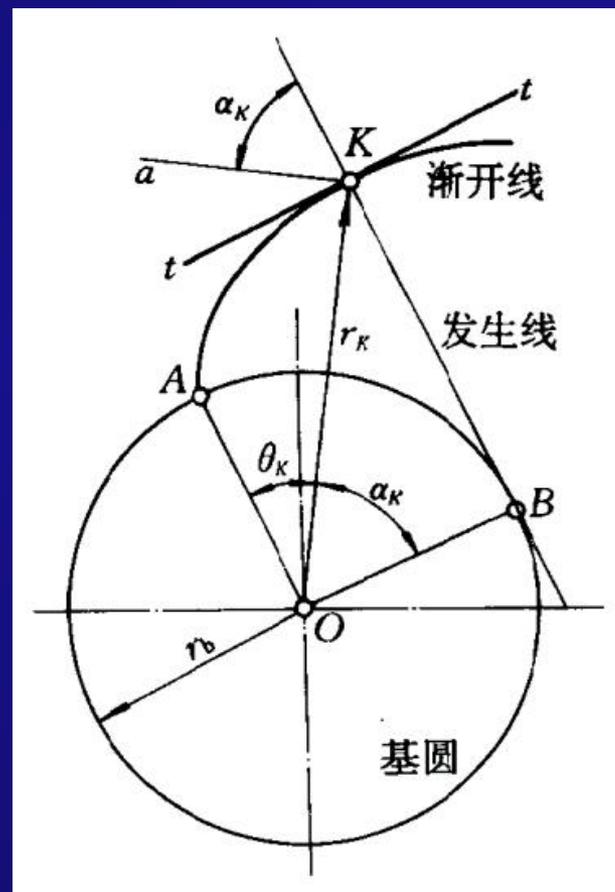
## 第二节 渐开线直齿圆柱齿轮

### 一、渐开线的形成及其性质

当一直线在一圆周上作纯滚动时，此直线上任意一点的轨迹称为该圆的渐开线。

$\alpha_K$  —— K点的压力角。

$\theta_K$  —— 渐开线在K点的展角。



动画A

动画B

动画C

# 渐开线的性质

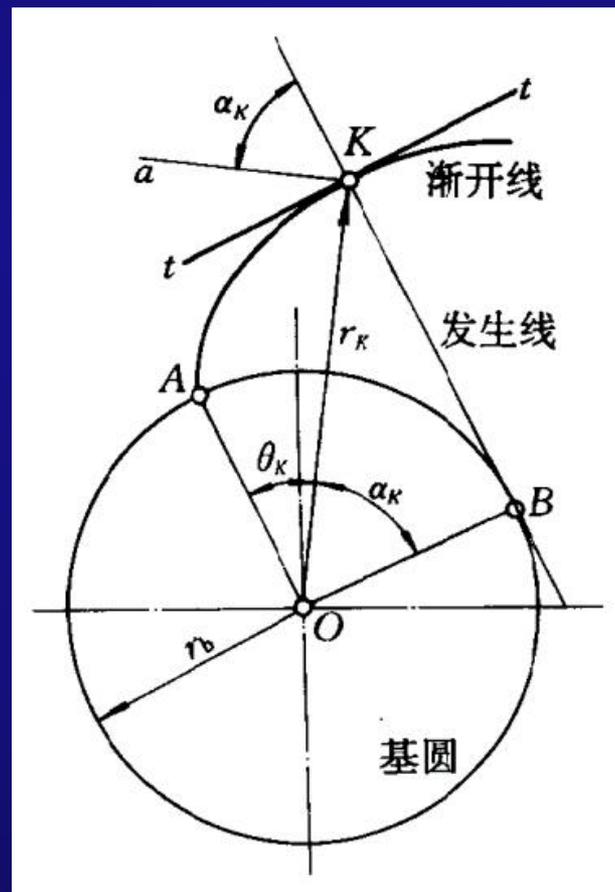
1) 发生线沿基圆滚过的长度，  
等于基圆上被滚过的圆弧长度，即：

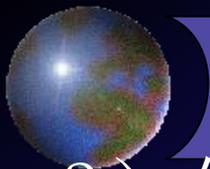
$$\overline{BK} = \widehat{AB}$$

2) 发生线BK沿基圆作纯滚动，  
与基圆的切点B为其速度瞬心。

✓ 基圆的切线必为渐开线上某点的法线。

✓ 渐开线上任意点的法线恒与基圆相切。

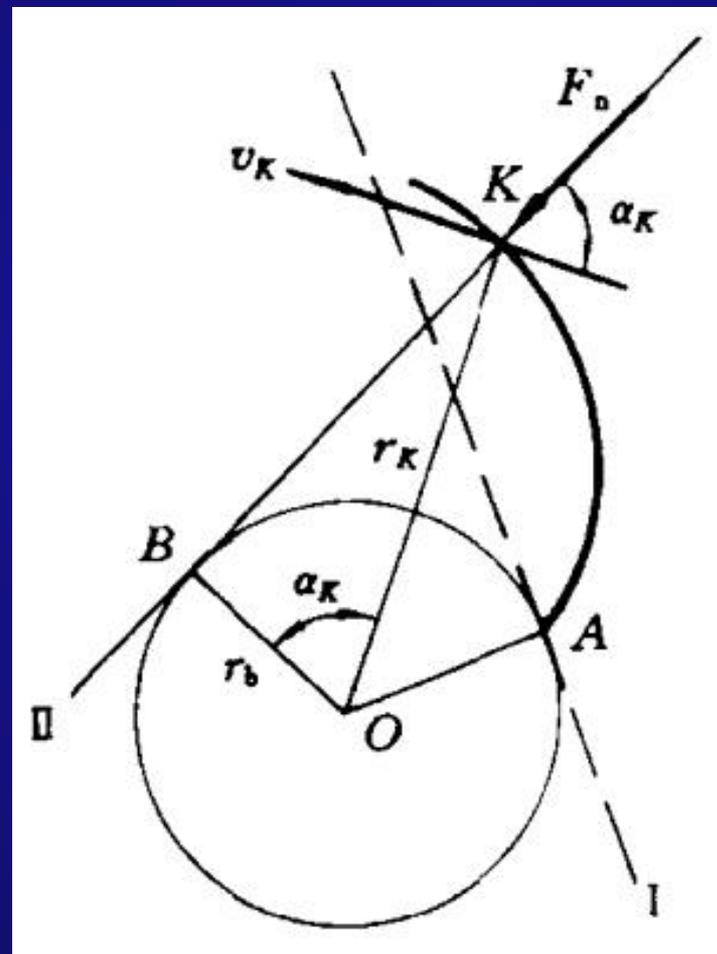


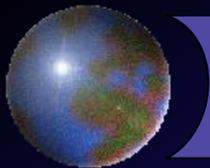


3) 发生线与基圆的切点B是渐开线在点K的曲率中心；线段BK是渐开线在点K的曲率半径。

➤ 渐开线愈接近于其基圆的部分，其曲率半径愈小。

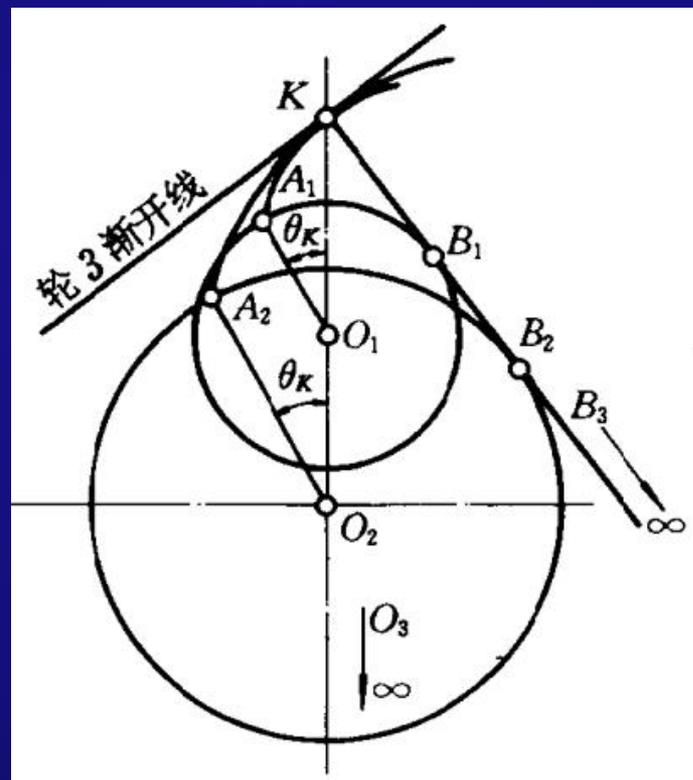
➤ 在基圆上渐开线曲率半径为零。





#### 4) 渐开线的形状取决于基圆的大小。

- 基圆半径愈大，其渐开线的曲率半径也愈大。
- 基圆半径为无穷大时，渐开线就变成一条直线。齿条的齿廓曲线变为直线的渐开线。



#### 5) 基圆内无渐开线。

# 渐开线方程

$$r_K = \frac{r_b}{\cos \alpha_K}$$

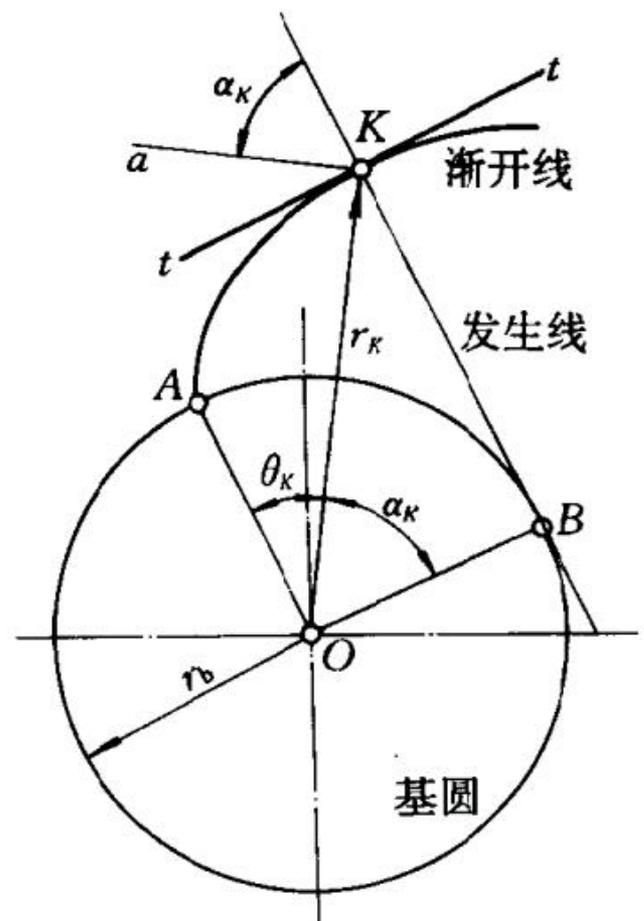
$$\operatorname{tg} \alpha_K = \frac{BK}{r_b} = \frac{AB}{r_b}$$

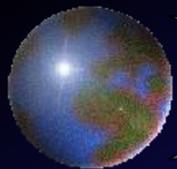
$$= \frac{r_b (\alpha_K + \theta_K)}{r_b} = \alpha_K + \theta_K$$

渐开线的极坐标参数方程式：

$$r_K = r_b / \cos \alpha_K$$

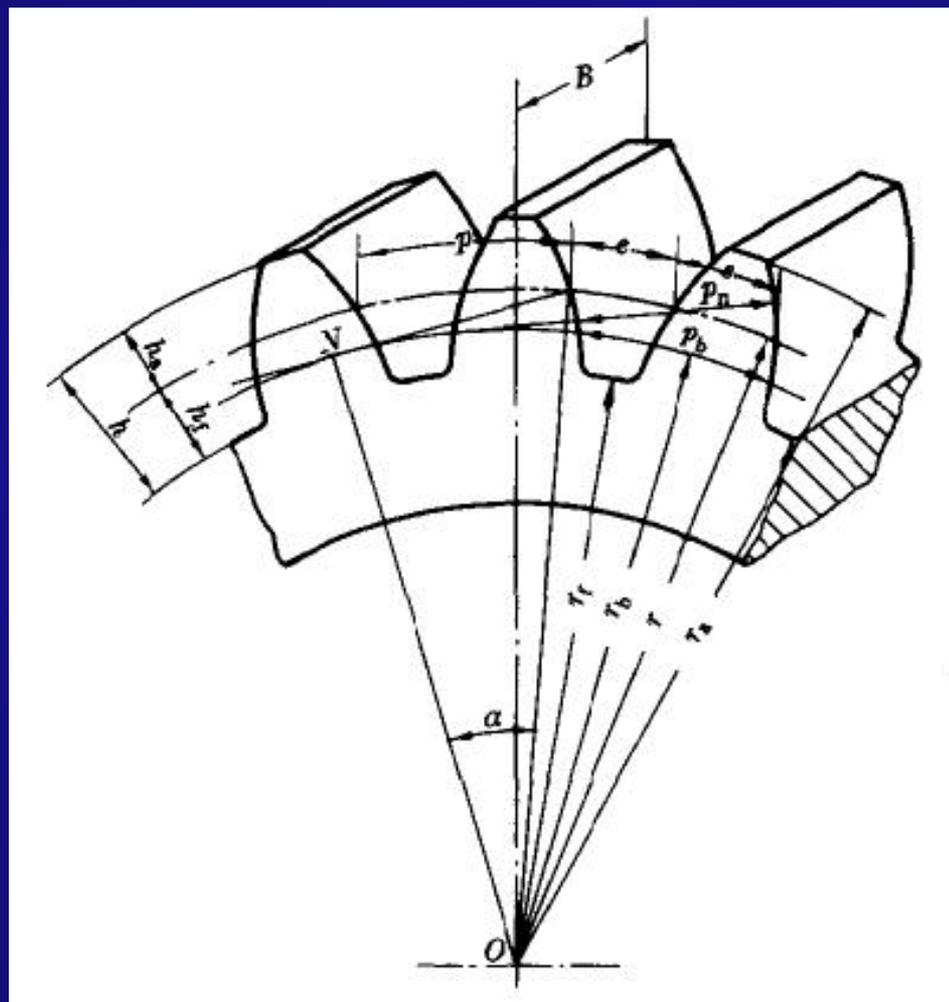
$$\theta_K = \operatorname{inv} \alpha_K = \operatorname{tg} \alpha_K - \alpha_K$$

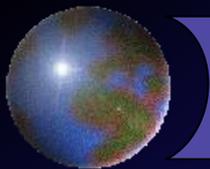




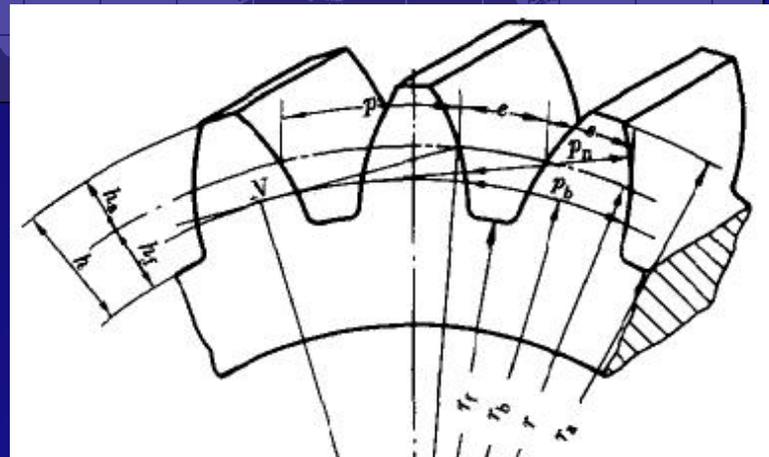
## 二、渐开线直齿圆柱齿轮的基本参数

- 1) **齿顶圆**：过齿轮各轮齿顶端所作的圆称为齿顶圆。其直径和半径分别以 $d_a$ 和 $r_a$ 表示。
- 2) **齿根圆**：过齿轮各齿槽底部所作的圆称为齿根圆。其直径和半径分别以 $d_f$ 和 $r_f$ 表示。





3) **齿厚**: 沿任意圆周所量得的轮齿的**弧线厚度**称为该圆周上的齿厚, 以 $s_k$ 表示。



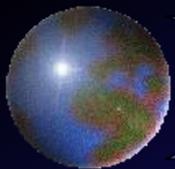
4) **齿槽宽**: 相邻两轮齿之间的齿槽沿任意圆周所量的**弧线宽度**, 称为该圆周上的齿槽宽, 以 $e_k$ 表示。

5) **齿距**: 沿任意圆周所量得的相邻两齿上同侧齿廓之间的**弧长**称为该圆上的齿距, 以 $p_k$ 表示。

在同一圆周上, 齿距等于齿厚与齿槽宽之和, 即

$$p_k = s_k + e_k$$

图



# 齿轮上任意圆周长：

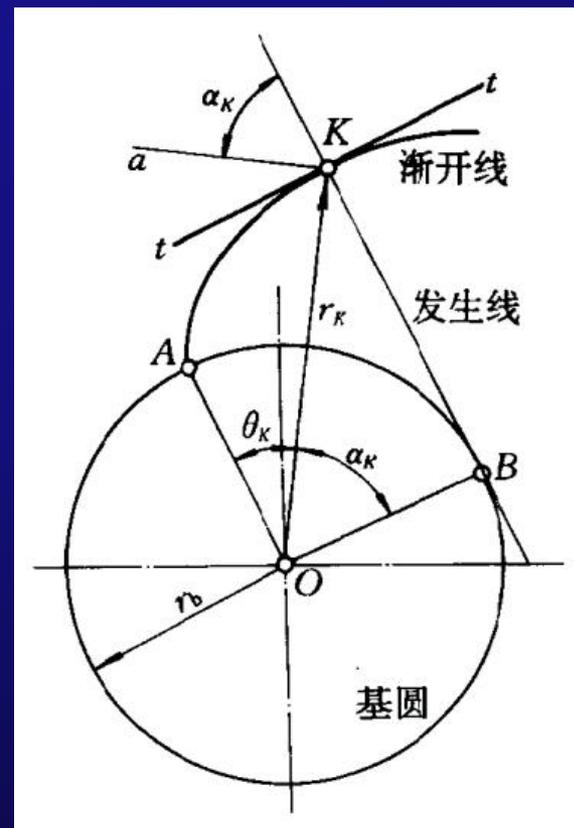
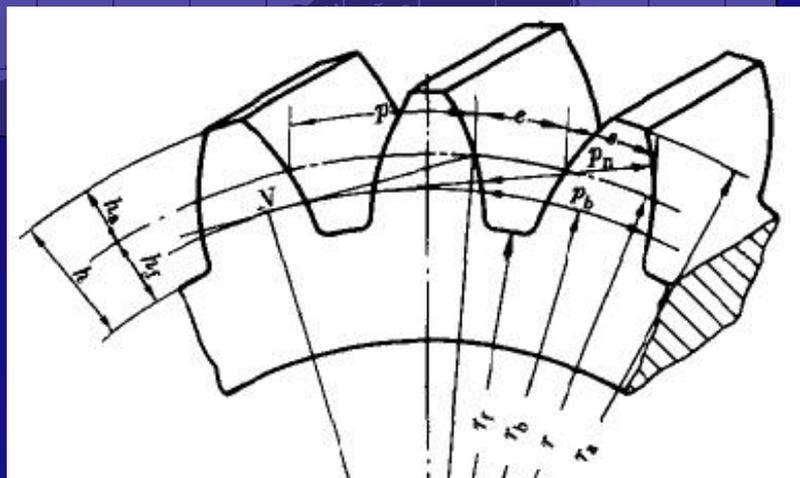
$$\pi d_k = p_k z$$

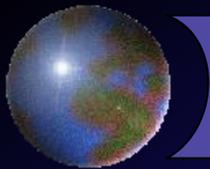
则：

$$d_k = \frac{p_k}{\pi} z$$

- 在不同直径的圆周上，比值  $p_k/\pi$  是不同的。
- 在不同直径的圆周上，齿廓各点的压力角  $\alpha_k$  也是不等的。

$$\alpha_k = \arccos\left(\frac{r_b}{r_k}\right)$$





把齿轮某一圆周上的比值 $p_k/\pi$  规定为标准值  
(整数或有限位小数)，该圆上的压力角也定为标  
准值(20°)。这个圆称为**分度圆**，其直径以 $d$ 表示。

重要概念

分度圆上的齿距 $p$  对  $\pi$  的比值称为**模数**，用  
 $m$ 表示，**单位为 mm**，即

重要概念

$$m = \frac{p}{\pi}$$



$$p = m\pi$$

$$d = mz$$

### 标准模数系列表(GB1357 - 87)

mm

第一系列	0.1	0.12	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	
	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	
	10	12	16	20	25	32	40	50			
第二系列	0.35	0.7	0.9	1.75	2.25	2.75	(3.25)	3.5	(3.75)	4.5	5.5
	(6.5)	7	9	(11)	14	18	22	28	(30)	36	45

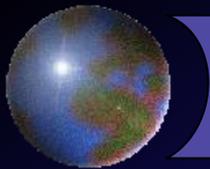
分度圆上的压力角简称为**压力角**，以  $\alpha$  表示，压力角为  $20^\circ$ 。

$$\alpha = \arccos\left(\frac{r_b}{r}\right)$$

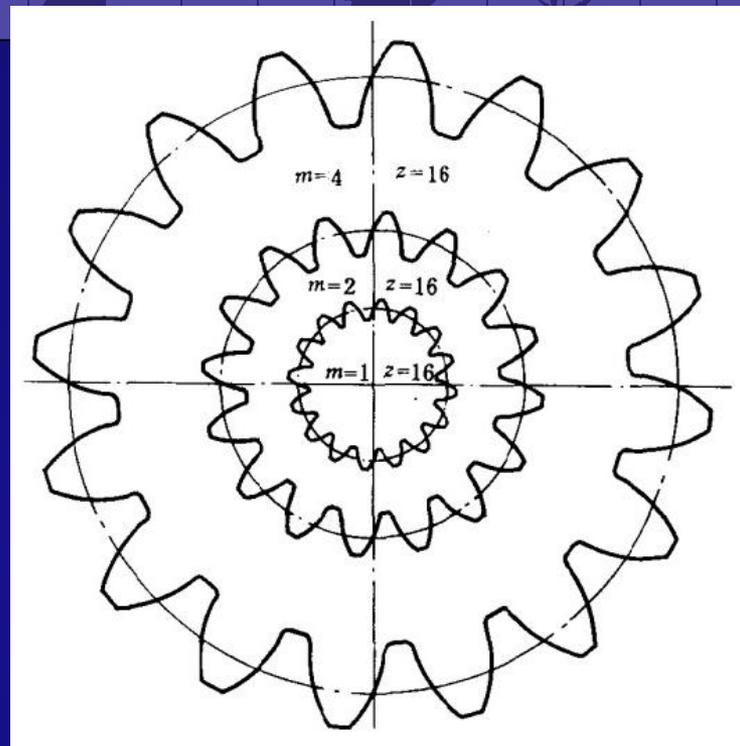


$$r_b = r \cos \alpha = \frac{mz}{2} \cos \alpha$$

在齿轮的齿数、模数和压力角一定时，齿轮的基圆的大小亦即一定，即渐开线齿廓的形状即一定。把  $z$ 、 $m$ 、 $\alpha$  这三个参数称为渐开线齿轮的三个基本参数。



- 齿轮的主要几何尺寸都与模数成正比。 $m$  越大,  $p$  越大, 轮齿就越大。
- 模数  $m$  是轮齿抗弯能力的重要标志。



## 标准齿轮

$m$ 、 $\alpha$ 、 $h_a^*$ 、 $c^*$ 均为标准值, 而且  $s=e$  的齿轮。

重要概念

表 5-2 直齿圆柱齿轮的计算公式

	名 称	符号	计 算 公 式
基本参数	模 数	$m$	根据强度计算结果, 在表 5-1 中选取
	齿 数	$z$	$z_1 \geq z_{\min}, z_2 = iz_1$
	压 力 角	$\alpha$	$\alpha = 20^\circ$
	齿顶高系数	$h_a^*$	$h_a^* = 1.0$
	顶 隙 系 数	$c^*$	$c^* = 0.25$
几何尺寸	分度圆直径	$d$	$d = mz$
	基 圆 直 径	$d_b$	$d_b = d \cos \alpha$
	齿顶圆直径	$d_a$	$d_a = d \pm 2h_a = m(z \pm 2h_a^*)$
	齿根圆直径	$d_f$	$d_f = d \mp 2h_f = m(z \mp 2h_a^* \mp 2c^*)$
	齿 顶 高	$h_a$	$h_a = h_a^* m$
	齿 根 高	$h_f$	$h_f = h_a + c = m(h_a^* + c^*)$
	齿 高	$h$	$h = h_a + h_f$
	齿 距	$p$	$p = s + e = \pi m$
	齿 厚	$s$	$s = p/2 = \pi m/2$
	齿 槽 宽	$e$	$e = p/2 = \pi m/2$

注：表中齿顶圆和齿根圆的计算公式中的运算符号“±”和“∓”分别表示：上边的符号为计算外齿轮用的运算符号，下边为内齿轮的运算符号。

## 例题

正常齿制(注:  $ha^*=1$ ,  $c^*=0.25$ ) 渐开线直齿圆柱齿轮的齿数为多少时齿根圆大于基圆? 齿数为多少时齿根圆小于基圆?

解:  $d_f = mz - 2(1 + 0.25)m$

$$d_b = mz \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} d_f - d_b &= m(z - 2.5 - 0.9397z) \\ &= m(0.0603z - 2.5) \end{aligned}$$

当齿根圆与基圆重合时:

$$0.0603z - 2.5 = 0$$

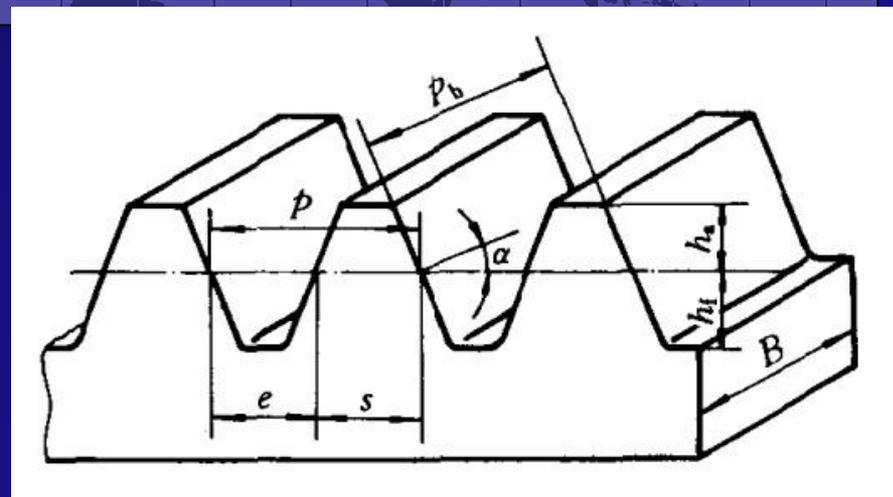
$$z = 41.4$$

$$z \geq 42 \text{ 时, } d_f > d_b$$

$$z \leq 41 \text{ 时, } d_f < d_b$$

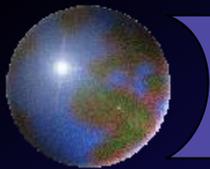
# 齿条

齿条可以看作一个齿数为无穷多的齿轮的一部分，其齿廓曲线变成直线。



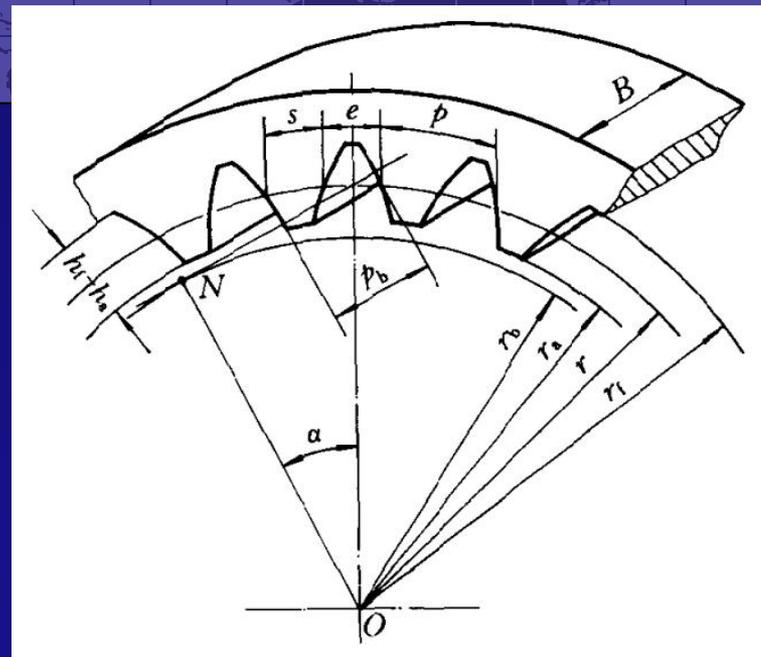
## 主要特点:

- 1) 齿条齿廓上各点的法线是平行的。齿廓上各点的压力角都相同，其大小等于齿廓的倾斜角，称为齿形角。
- 2) 不论在齿条分度线上、齿顶线上或与其平行的其他直线上，其齿距都相等，即  $p = m\pi$ 。



## 内齿轮

- 1) 外齿轮的齿廓是外凸的，而内齿轮的齿廓则是内凹的。
- 2) 内齿轮的分度圆大于齿顶圆，齿根圆大于分度圆，齿根圆大于齿顶圆。
- 3) 为使内齿轮齿顶的齿廓全部为渐开线，则其齿顶圆必须大于基圆。



# 公法线长度与跨齿数

工程上常用弦齿厚、弦齿高、公法线长度对齿轮进行测量。

圆柱齿轮的公法线长度为

$$W = m[2.9521(k - 0.5) + 0.014z]$$

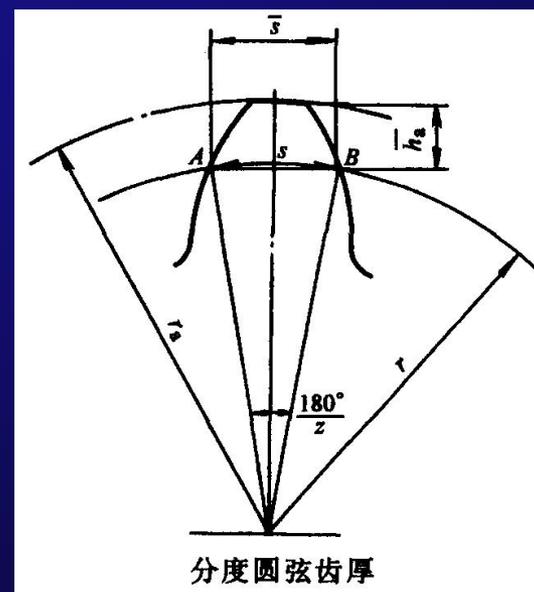
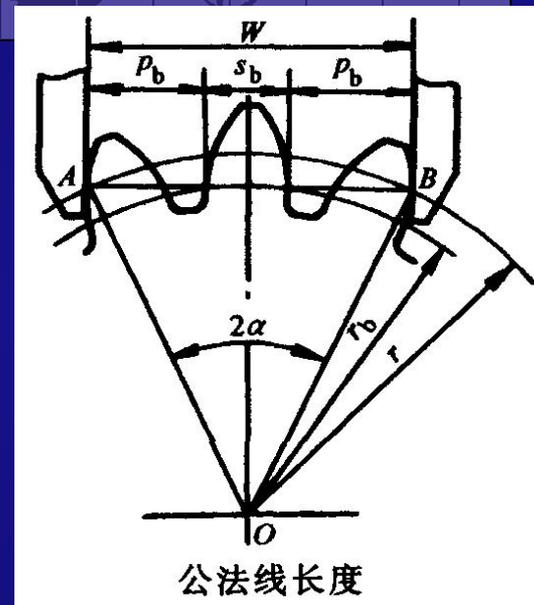
测量时的跨齿数

$$k = \frac{z}{9} + 0.5$$

当齿轮的尺寸很大时，无法用公法线卡尺测量公法线时，可测量分度圆弦齿厚。

$$\bar{s} = mz \sin\left(\frac{90^\circ}{z}\right)$$

$$\bar{h}_a = h_a + \frac{mz}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{90^\circ}{z}\right) \right]$$



## 第三节 渐开线齿轮的啮合传动

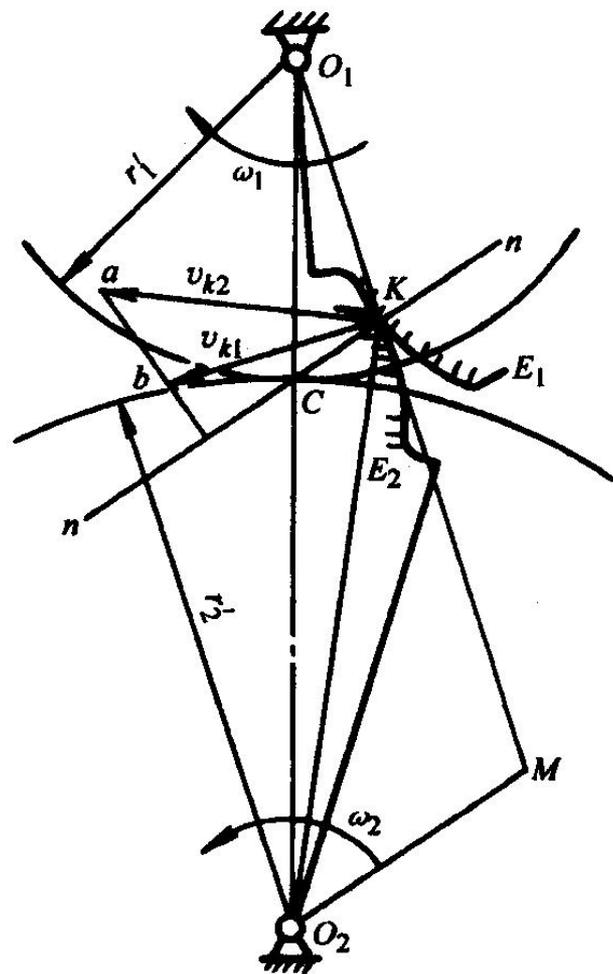
动画A

### 一、渐开线满足齿廓啮合基本定律

#### 1、齿廓啮合基本定律

- 两相互啮合的齿廓 $E_1$ 和 $E_2$ 在任意点 $K$ 接触。
- 过 $K$ 点作两齿廓的公法线 $nn$ ，它与连心线 $O_1O_2$ 的交点 $C$ 称为**节点**。
- $C$ 点就是齿轮1、2的相对速度瞬心。并且

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{KM}}{\overline{O_1K}} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}}$$



齿廓的形状与传动比的关系

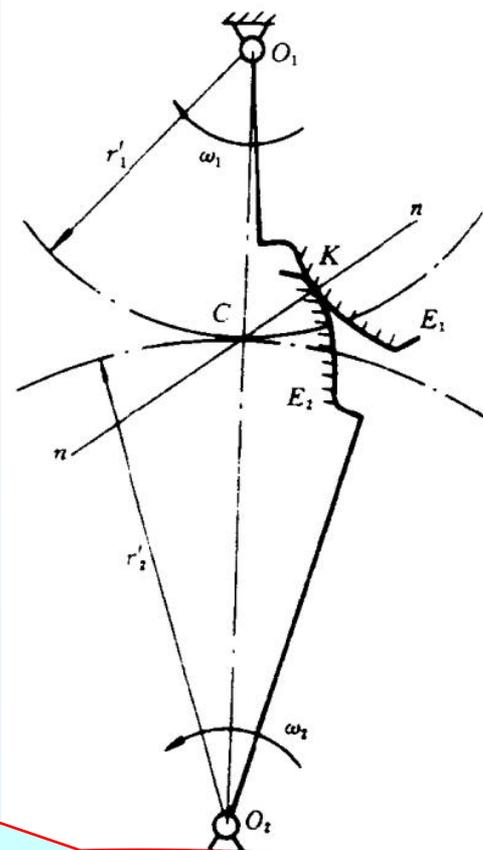
一对传动齿轮的瞬时角速度与其连心线 $O_1O_2$ 被齿廓接触点公法线所分割的两线段长度成反比。

欲使两齿轮瞬时角速比固定不变，必须使C点为连心线上的固定点。

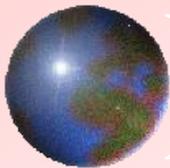
$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2C}{O_1C}$$

■即，要使齿轮保持定角速比，  
则：不论齿廓在任何位置接触，  
过接触点所作的齿廓公法线都  
必须与连心线交于一固定点。

重要概念！

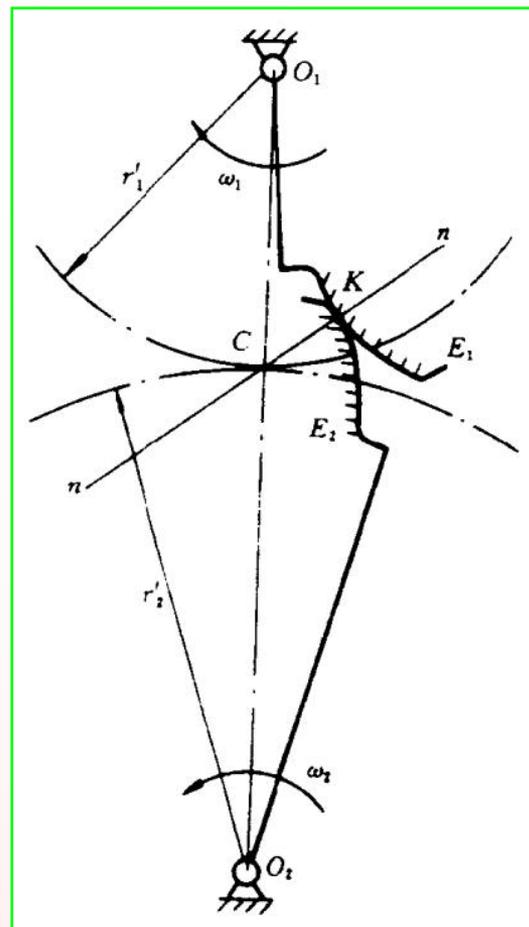


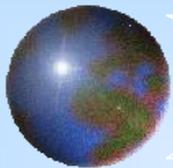
齿廓啮合基本定律



## 共轭齿廓有：渐开线齿廓、摆线齿廓、圆弧齿廓

- 凡能实现预期运动要求（齿廓啮合基本定律）的一对齿廓称为**共轭齿廓**。
- 过节点C所作的两个相切的圆称为**节圆**， $r_1'$ 、 $r_2'$ 表示两个节圆的半径。由于在节点两节圆相对速度为零。则，**一对齿轮传动时，两个节圆永远作纯滚动**。
- 一对外啮合齿轮的中心距恒等于其节圆半径之和。  $a' = r_1' + r_2'$

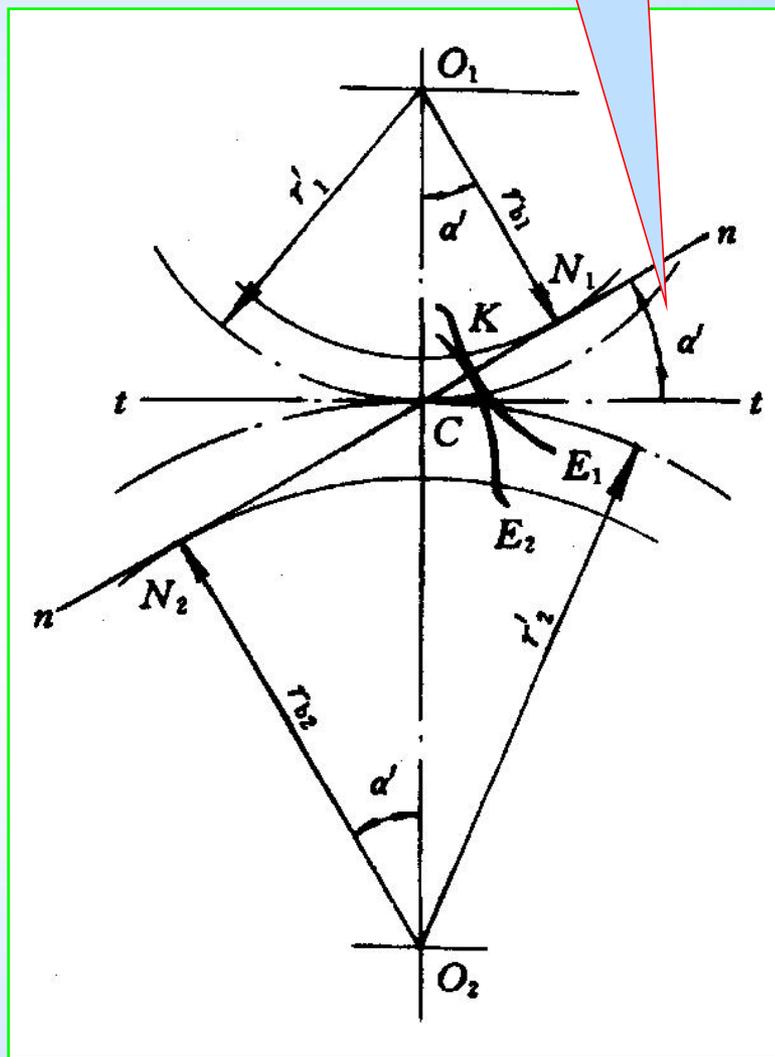




## 2、渐开线满足齿廓啮合基本定律

啮合角

- 过啮合点所作的齿廓公法线即两基圆的内公切线 $nn$ 。
- 同一方向的内公切线只有一条，它与连心线交点的位置是不变的。故，渐开线齿廓满足定角速比要求。
- **啮合角  $\alpha'$** （啮合线 $N_1N_2$ 与节圆内公切线 $tt$ 所夹的锐角）等于**节圆压力角**。



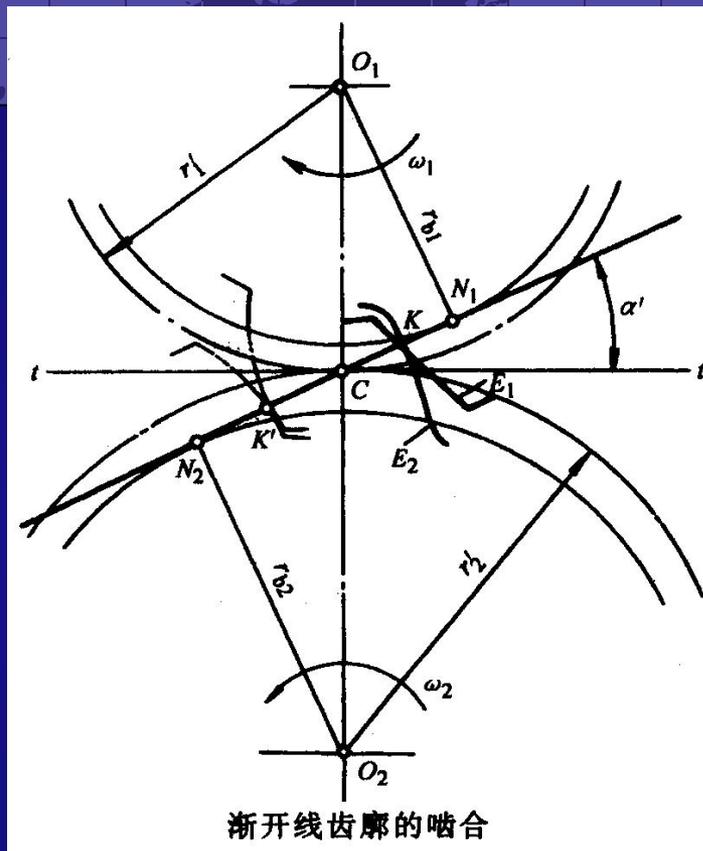
### 3、渐开线齿轮的啮合特性

#### ①齿廓之间正压力方向不变

➤ 一对渐开线的啮合过程相当于其节圆的纯滚动。

➤ **啮合线**（啮合点的轨迹）、**力作用线**、**基圆内公切线**、齿廓接触点的**公法线**四线重合。

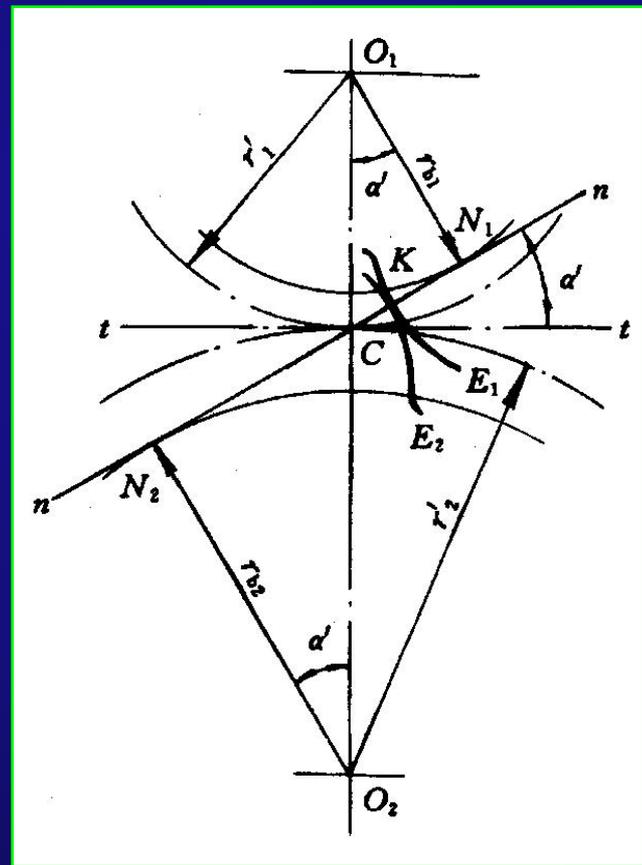
➤ 啮合角不变，表示齿廓间传力方向不变，若齿轮传递的力矩恒定，则轮齿之间、轴与轴承之间压力的大小和方向均不变，齿廓之间的正压力方向是始终不变的。这对于齿轮传动的平稳性是有利的。



## ②渐开线齿轮传动的可分性

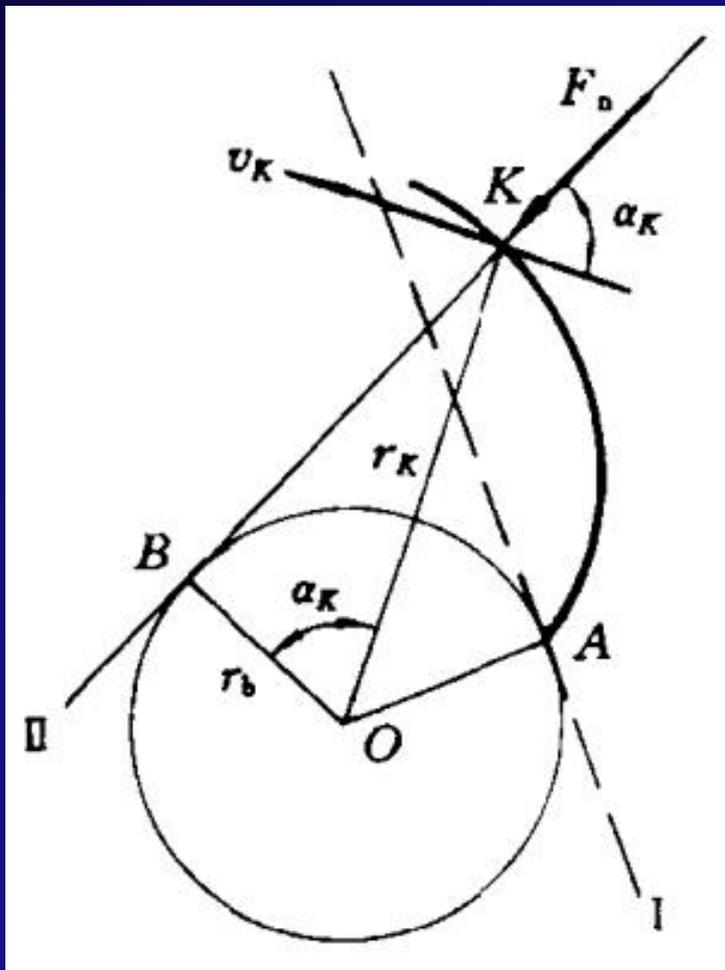
$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2'}{r_1'} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \text{常数}$$

渐开线齿轮的传动比取决于两轮基圆半径的反比，齿轮加工完成之后，其基圆大小就已完全确定。即使两齿轮的实际中心距与设计中心距**略有**变化，也不会影响两轮的传动比。这一特性称为传动的可分性，对于渐开线齿轮的加工和装配十分有利。



# 例题

已知一正常齿制标准直齿圆柱齿轮  $\alpha = 20^\circ$ ,  $z = 40$ ,  $m = 5\text{mm}$ , 试分别求出分度圆、基圆、齿顶圆上渐开线齿廓的曲率半径和压力角。



**解：** 渐开线上任意点K的曲率半径  $\rho_k$  就是BK的长度。

$$\rho_k = \sqrt{r_k^2 - r_b^2} \quad \alpha_k = \arccos\left(\frac{r_b}{r_k}\right)$$

$$r = \frac{mz}{2} = \frac{5 \times 40}{2} = 100 \text{ mm}$$

$$r_b = r \cos 20^\circ = 93.97 \text{ mm}$$

$$r_a = r + h_a^* m = 100 + 5 = 105.00 \text{ mm}$$



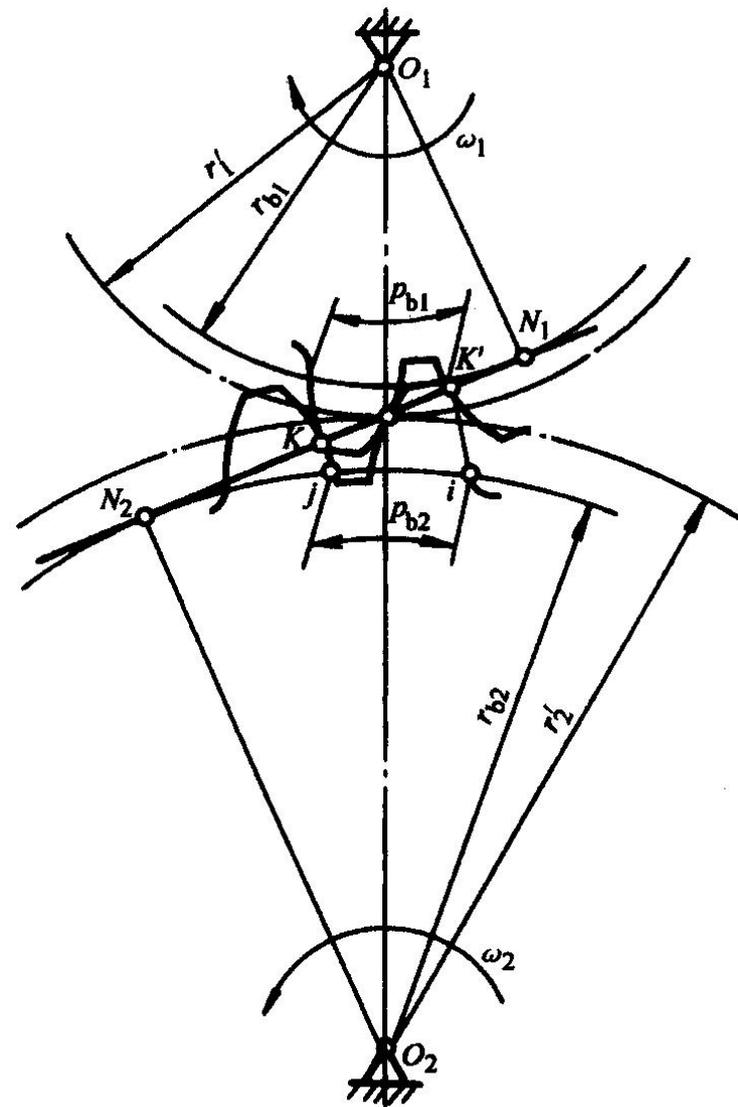
## 二、正确啮合条件

两齿轮的法向齿距  
 $p_n$ 必须相等。即：  
——两齿轮的基圆  
齿距 $p_b$ 必须相等。

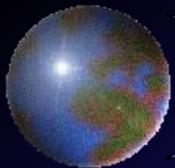
即  $p_{b1} = p_{b2}$

则有

$$m_1 \pi \cos \alpha_1 = m_2 \pi \cos \alpha_2$$



渐开线齿轮的正确啮合条件



渐开线直齿圆柱齿轮正确啮合的条件是：

两轮的模数和压力角应分别相等。

$$\text{即} \quad \begin{cases} m_1 = m_2 = m \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \end{cases}$$

一对齿轮的传动比为

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d'_2}{d'_1} = \frac{d_{b2}}{d_{b1}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{mz_2}{mz_1} = \frac{z_2}{z_1}$$



### 3、连续传动条件

齿轮的啮合过程是一对一对轮齿接力传动的过程，齿廓啮合基本定律只能保证一对齿啮合过程中传动比稳定，要使整个啮合过程传动稳定，就要求在前一对齿没有脱离啮合之前，后一对齿及时进入啮合。

——引入**重合度**的概念。

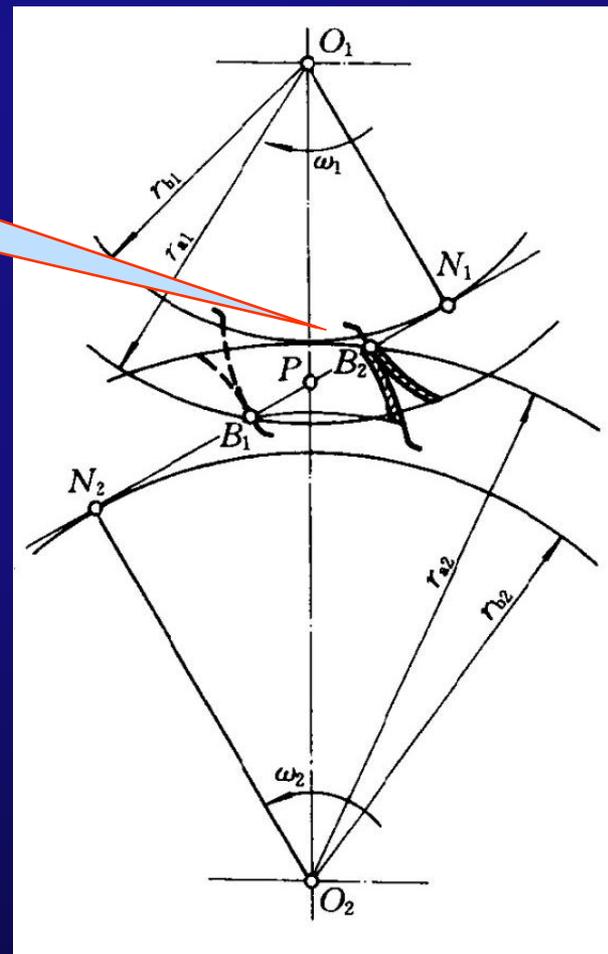
# 一对轮齿的啮合过程：

**起始：** 主动轮的齿根部分推动从动轮的齿顶。

**終了：** 主动轮的齿顶推动从动轮的齿根部分。

齿廓的实际工作  
段（影线部分）

- **理论啮合线 $N_1N_2$** ——理论上可能的最长啮合线段。
- **实际啮合线段 $B_1B_2$** ——啮合点实际所走过的轨迹，只是理论啮合线 $N_1N_2$ 上的一段。

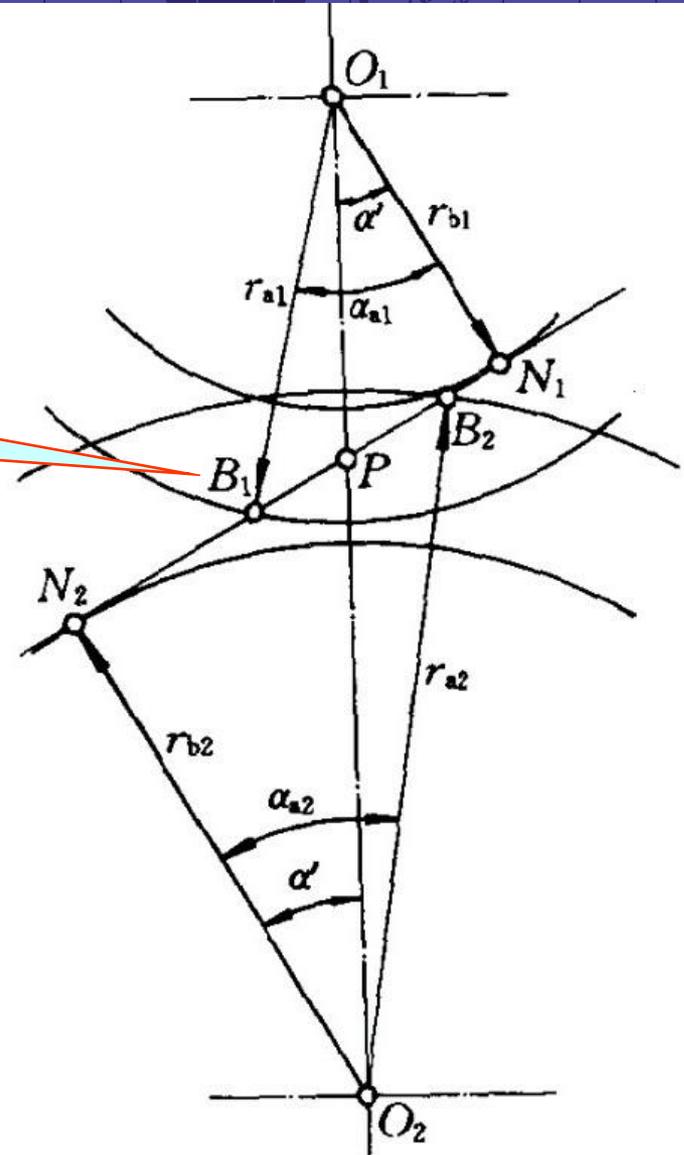


# 实际啮合线段 $B_1B_2$ 的确定

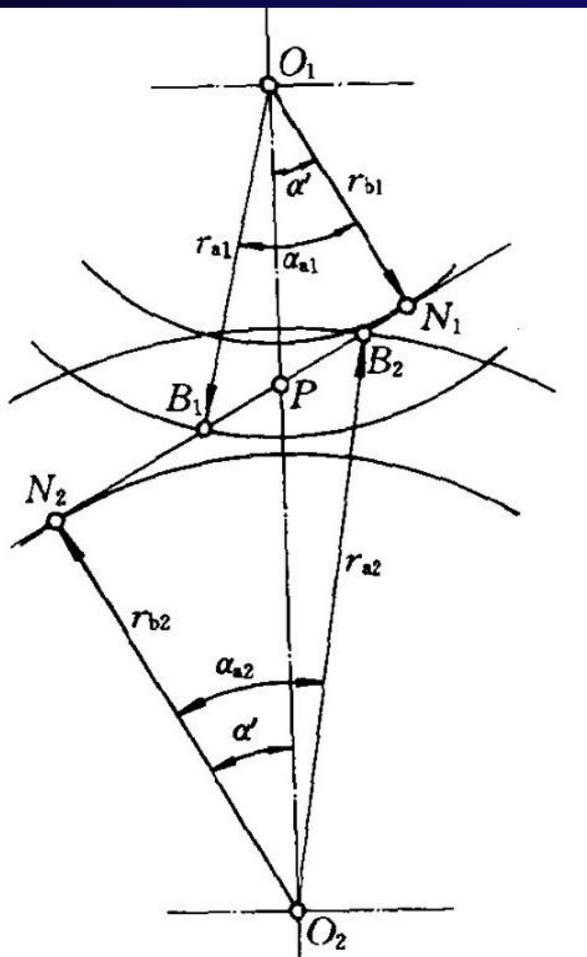
如何确定 $B_1$ 、 $B_2$ 点的位置？

$B_2$  点： 齿轮2的齿顶圆与啮合线的交点。

$B_1$  点： 齿轮1的齿顶圆与啮合线的交点。

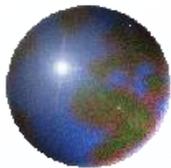


# 重合度的定义



$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= \frac{\overline{B_1 B_2}}{P_b} \\
 &= \frac{\overline{PB_1} + \overline{PB_2}}{m \pi \cos \alpha} \\
 &= \frac{(\overline{N_1 B_1} + \overline{PN_1}) + (\overline{N_2 B_2} + \overline{PN_2})}{m \pi \cos \alpha} \\
 &= \frac{1}{2\pi} [z_1 (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha') + z_2 (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha')]
 \end{aligned}$$

**重合度  $\varepsilon$**  随  $z_1$ 、 $z_2$  和  $\alpha_{a1}$ 、 $\alpha_{a2}$  增大而增大；随  $\alpha'$  的增大而减小。



## 例题

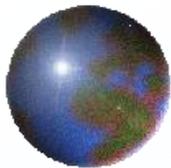
有一对外啮合渐开线标准齿轮 $Z_1=20$ ， $Z_2=60$ ， $m=5\text{mm}$ ， $\alpha=20^\circ$ ， $h_a^*=1$ ，要求刚好保持连续传动，试求允许的最大中心距误差 $\Delta a$ 是多少？

解：要保持刚好保持连续传动，则 $\varepsilon=1.0$

$$d_1 = mz_1 = 5 \times 20 = 100 \text{ mm} \quad d_{a1} = d_1 + 2h_a^*m = 110 \text{ mm}$$
$$d_2 = mz_2 = 5 \times 60 = 300 \text{ mm} \quad d_{a2} = d_2 + 2h_a^*m = 310 \text{ mm}$$

$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \arccos \frac{d_1 \cos 20^\circ}{d_{a1}} = 31.32126^\circ$$

$$\alpha_{a2} = \arccos \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \arccos \frac{d_2 \cos 20^\circ}{d_{a2}} = 24.58019^\circ$$



$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} [z_1(\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \operatorname{tg}\alpha') + z_2(\operatorname{tg}\alpha_{a2} - \operatorname{tg}\alpha')] = 1$$

$$\text{即 } \frac{1}{2\pi} [20(\operatorname{tg}31.3213^\circ - \operatorname{tg}\alpha') + 60(\operatorname{tg}24.5802^\circ - \operatorname{tg}\alpha')] = 1$$

$$\text{得 } \alpha' = 22.61919^\circ = 22^\circ 37' 09''$$

实际安装中心距  $a'$

$$a' = \frac{a \cos \alpha}{\cos \alpha'} = \frac{200 \cos 20^\circ}{\cos 22.61919^\circ} = 203.599 \text{ mm}$$

$$\text{则 } \Delta a = a' - a = 203.599 - 200 = 3.599 \text{ mm}$$

## 四、标准中心距

一对齿轮正确安装的条件？



- 1) 保证两轮的齿侧间隙为零。
- 2) 保证两轮的顶隙 $c$ 为标准值。

□ 因一对标准齿轮

$$s_1 = e_1 = s_2 = e_2 = \frac{m\pi}{2}$$

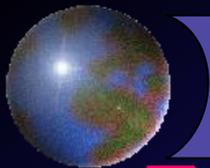
当一对标准齿轮的分度圆与节圆重合（即分度圆也相切）时

$$e'_1 - s'_2 = e_1 - s_2 = 0$$

无侧隙

一对齿轮分度圆相切时的中心距称为标准中心距。

$$a = r'_1 + r'_2 = r_1 + r_2 = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$$



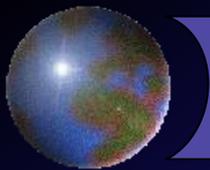
□ 一对标准齿轮分度圆相切时，顶隙为

$$c = c^* m = h_f - h_a$$

顶隙 $c$ 为  
标准值

**结论：**一对标准齿轮按标准中心距安装时满足齿轮正确安装的条件！

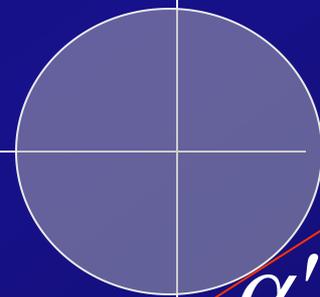
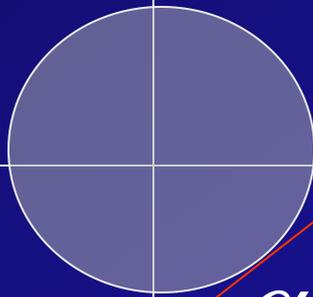
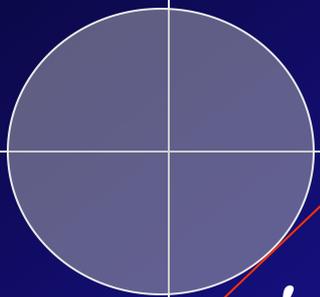
思考：当一对齿轮不按标准中心距安装时会怎样？



$$a' > a$$

$$a' = a$$

$$a' < a$$



$$a' > a$$

$$a' = a$$

$$a' < a$$

分度圆  
相离

分度圆  
相切

分度圆  
相交

不论如何安装，一对齿轮的节圆都是相切的！

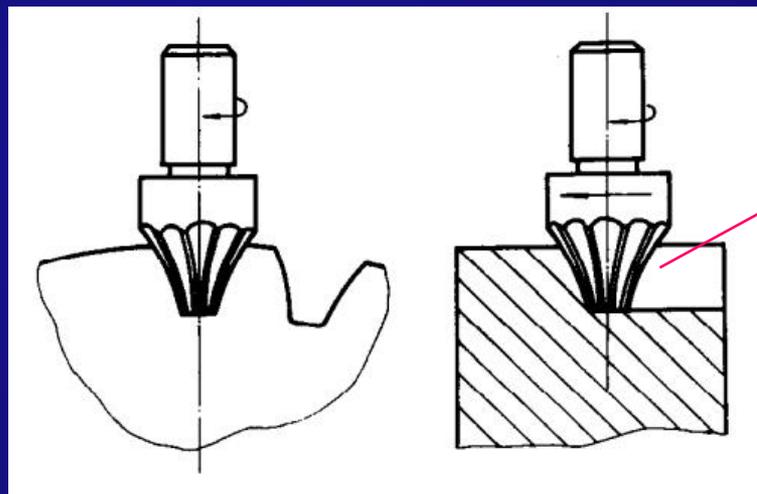
# 第四节 渐开线齿轮的加工与齿廓的根切

## 一、渐开线齿轮的加工

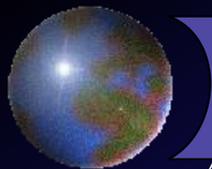
**仿形法**——所采用的刀具在其轴剖面（包括刀具轴线的剖面）内，刀刃的形状和被切齿槽的形状相同。

**范成法**——根据一对齿轮啮合传动时，两轮的齿廓互为共轭曲线的原理进行加工。

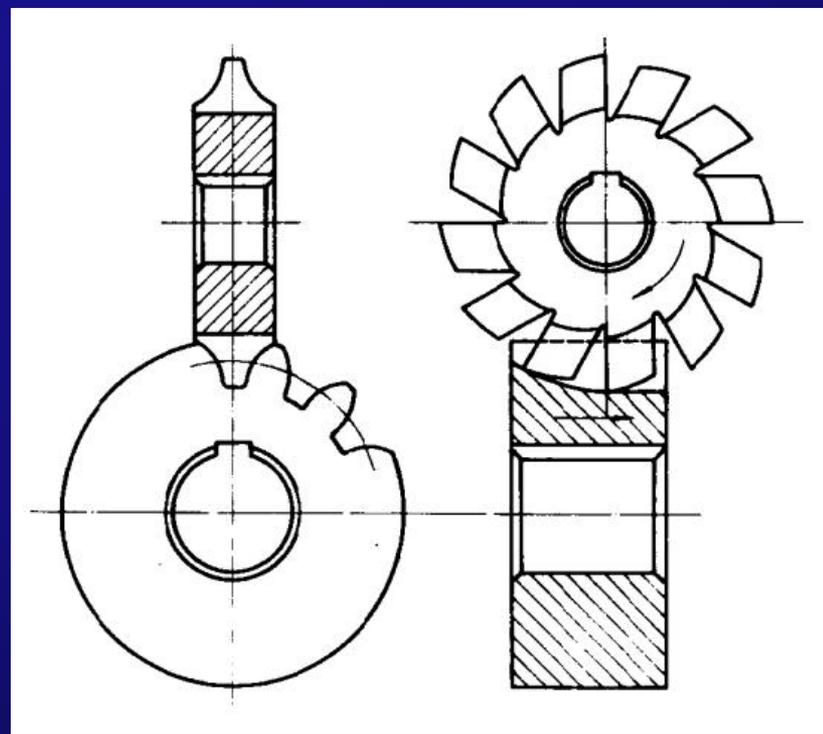
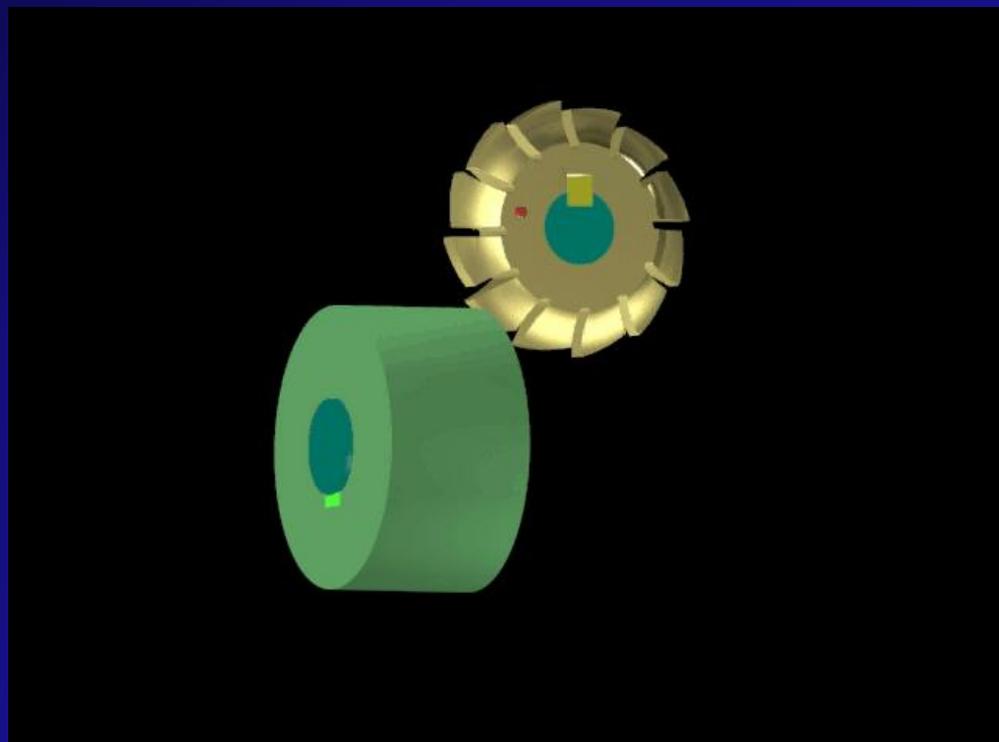
### 1、仿形法

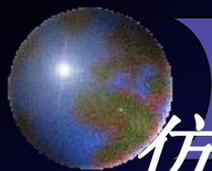


指状齿轮铣刀加工，用于加工大模数齿轮。



用盘形铣刀切制时，铣刀转动，同时毛坯沿自身的轴线方向移动，待切出一个齿槽，也就是切出一个齿槽的两侧齿廓后，将毛坯迟回到原来的位置，并用分度头将毛坯转过一个齿，再继续切削第二个齿槽。





# 仿形法的特点:

$d_b = mz \cos \alpha$ ,  $z$ 不一样的齿轮齿廓不同, 但可能用同一把刀具加工。

1、生产效率低

2、精度低

齿廓精度低

分度低



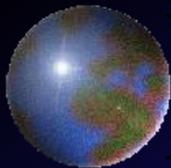
成形法一般用于单件小批量生产。

3、不需专用设备

手工分度, 精度取决于工人的技术水平。

8-5 8把一组各号铣刀切制齿轮的齿数范围

铣刀号数	1	2	3	4	5	6	7	8
所切齿轮齿数	12~13	14~16	17~20	21~25	26~34	35~54	55~134	≥135



## 2、范成法

从几何角度讲，用范成法切制齿轮的过程与一对齿轮作无侧隙啮合传动的过程相似，不同点在于：

- 1) 已知两齿轮角速度及一个齿轮的齿廓曲线，求另一齿廓曲线；
- 2) 一个轮为 $d=d_a$ 的毛坯，另一个为齿轮刀具，具有切削运动和切削功能；
- 3) 刀具的齿顶高比原齿顶高出 $c = c^*m$ 。

①

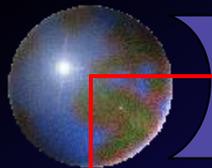
齿轮插刀

②

齿条插刀

齿轮滚刀

齿条类刀具



原动机



运动 $\omega_1$



主动齿轮

啮合

从动齿轮



运动 $\omega_2$

一对齿轮的传动过程

齿轮刀具

切削

齿轮毛坯

齿轮产品

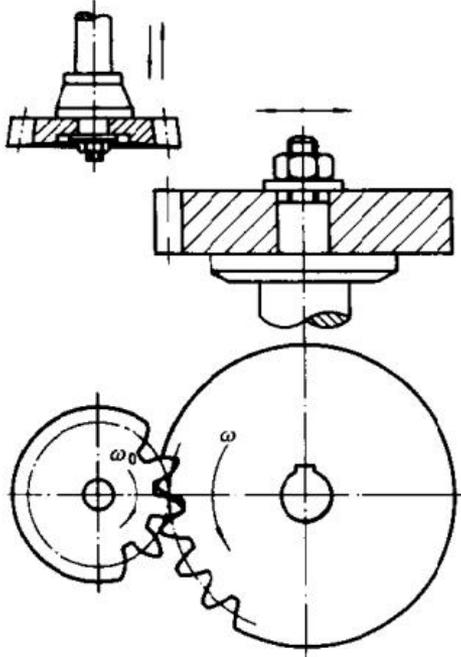
运动 $\omega_1$

运动 $\omega_2$

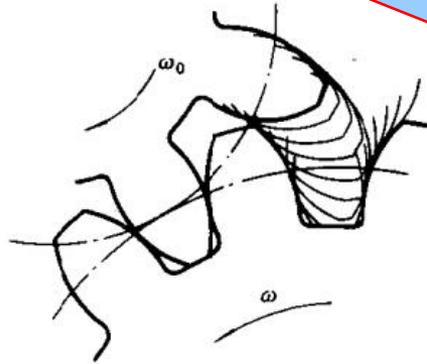
齿轮切削机床传动系统

范成法加工的过程

# 重要概念!



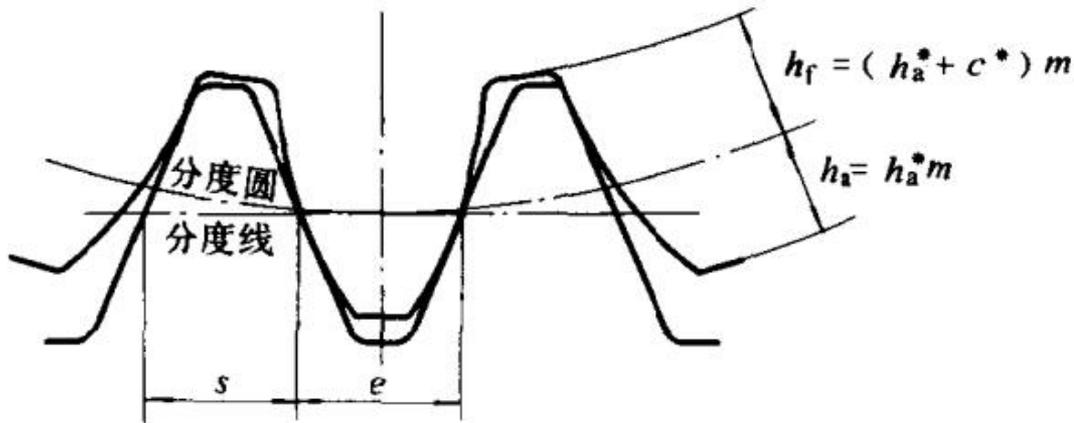
a)

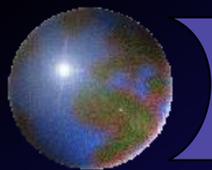


b)

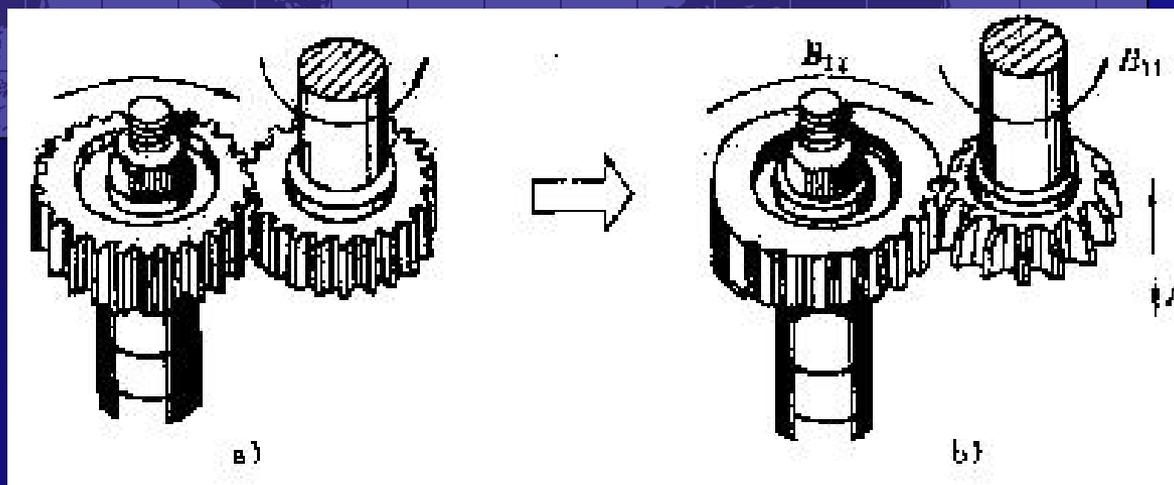
加工标准齿轮时，使刀具的分度圆（或中线）刚好与轮坯的分度圆相切，并作纯动。

范成法加工齿轮时，只要刀具和被加工齿轮的模数  $m$  和压力角  $\alpha$  相同，则不管被加工齿轮的齿数多少，都可用同一把刀具来加工，生产率较高。在大批生产中多采用这种方法。





# 插齿加工方法



➤插齿主要用于直齿圆柱齿轮，不能加工蜗轮。

➤插齿的原理及运动：

1、插齿的原理为模拟一对圆柱齿轮的啮合

2、插齿的运动

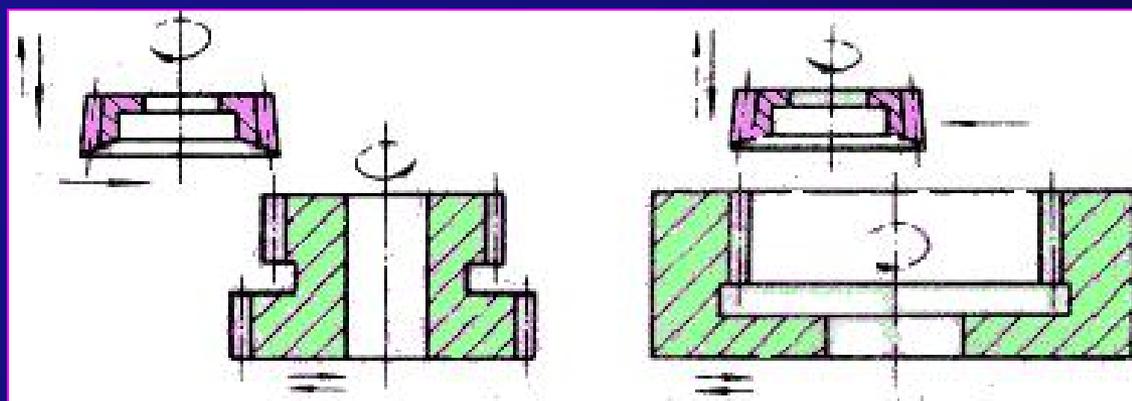
1) 展成运动

2) 主运动

3) 圆周进给运动

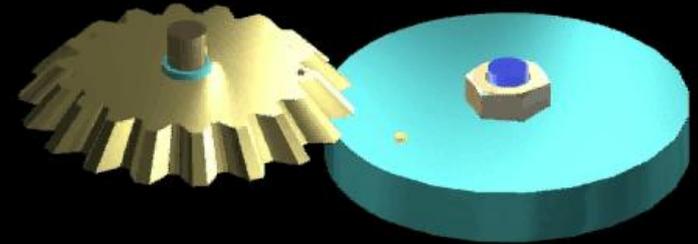
4) 径向切入运动

5) 让刀运动



齿轮插刀

齿条插刀



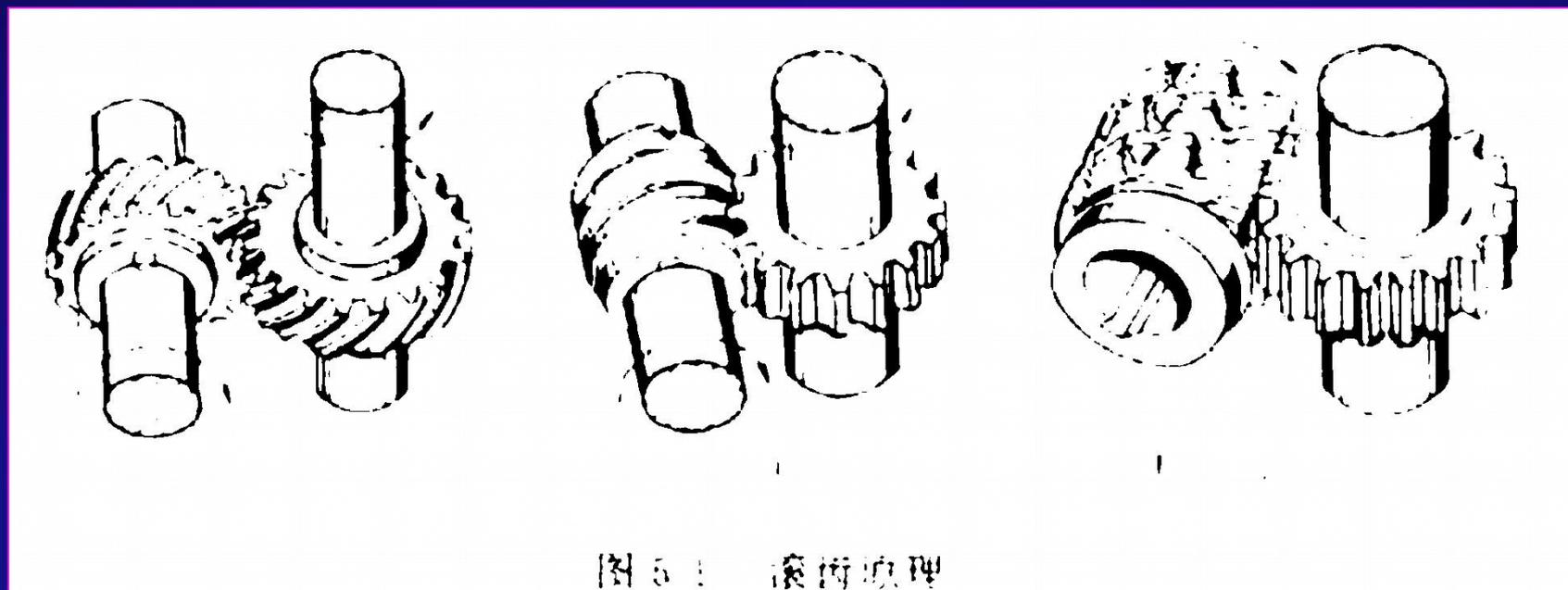
插法加工齿轮的切削是不连续的，影响了生产率的提高。生产中更广泛地采用齿轮滚刀来加工齿轮。

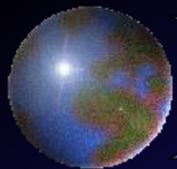
插齿动画

插齿视频

# 滚齿加工方法

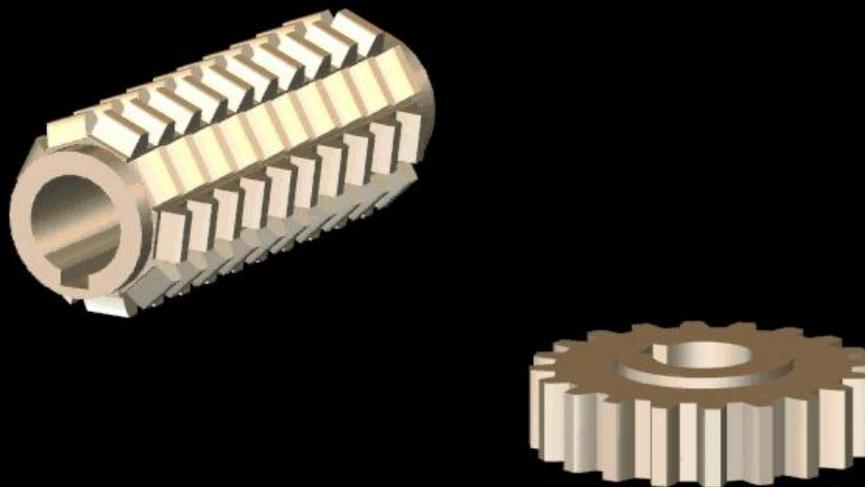
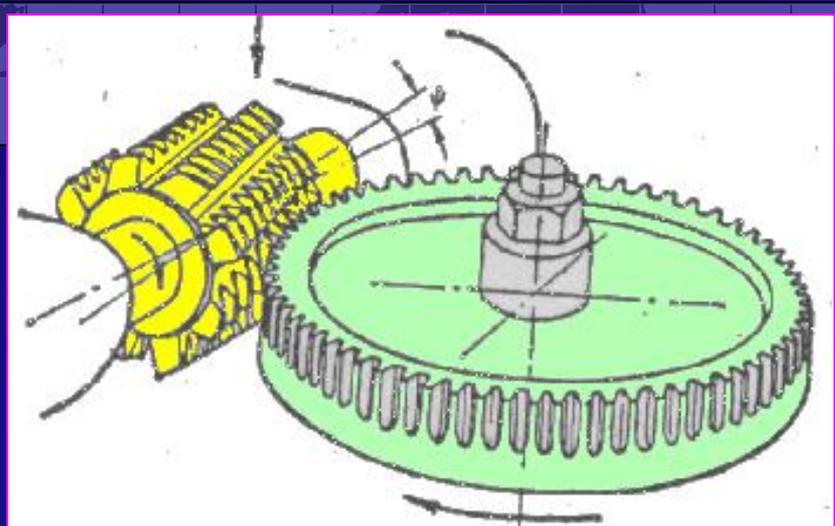
**滚齿原理:** 刀具与工件间模仿一对交错轴斜齿轮的啮合传动。

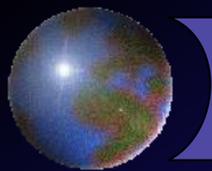




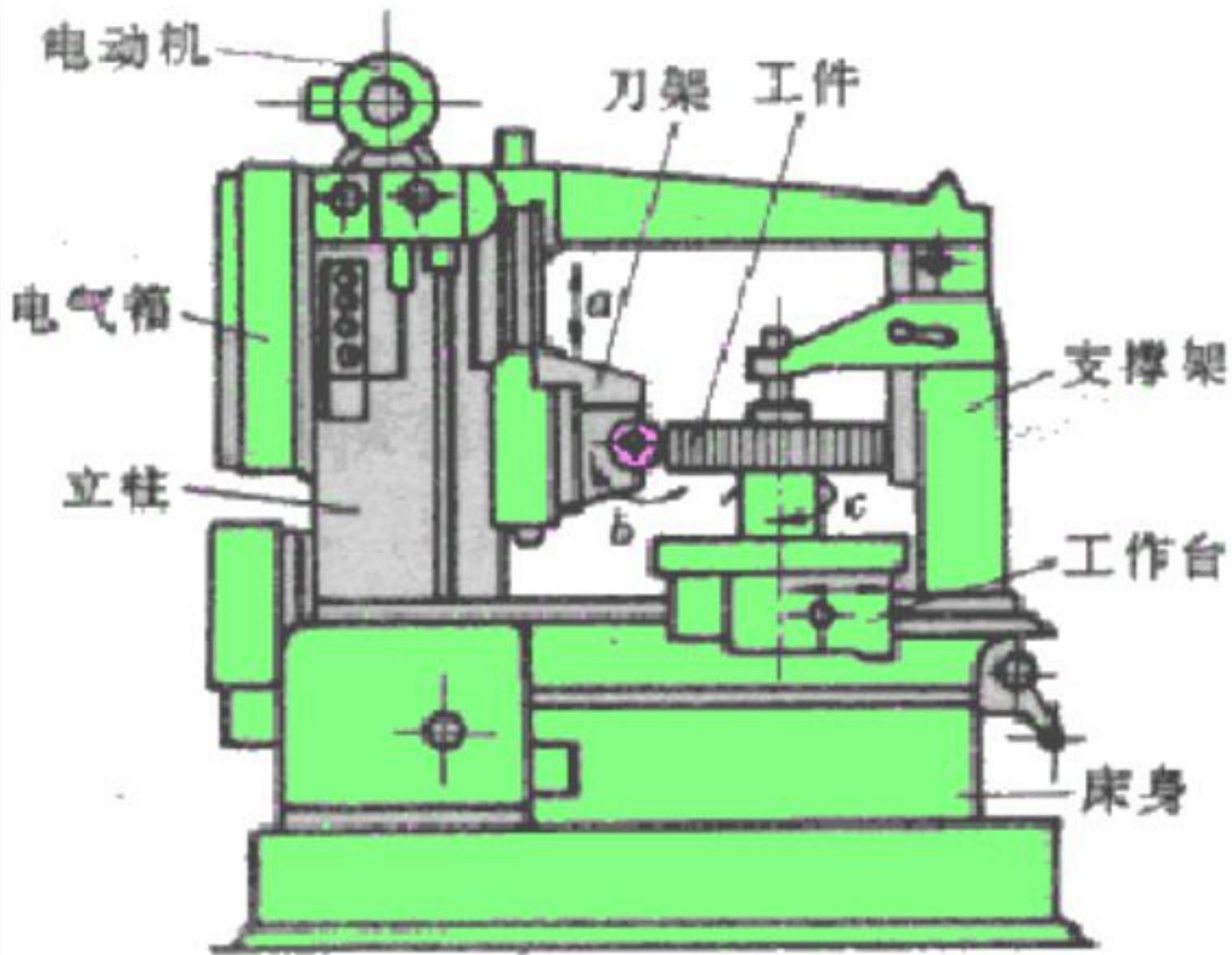
## 滚齿加工的特点:

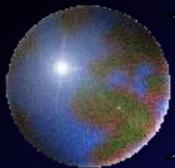
- 1、适应性好;
- 2、生产率高;
- 3、被切齿轮的齿距偏差小;
- 4、表面粗糙度较大;
- 5、可加工直齿、斜齿轮和蜗轮。





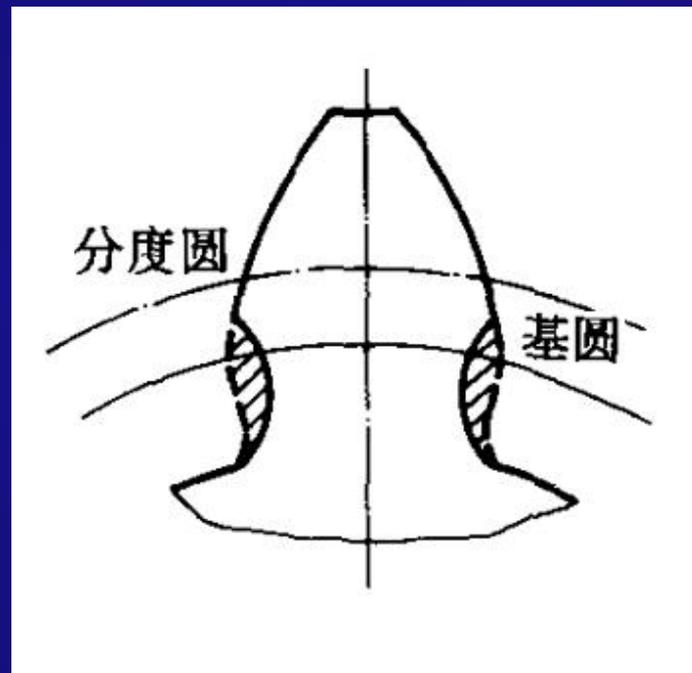
# 滚齿机





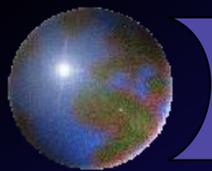
## 二、渐开线齿廓的根切

**根切现象**——用**范成法**加工齿轮时，有时会出现刀具的齿顶部分把被加工齿轮齿根部分已经范成出来的渐开线齿廓切去一部分，称为根切。



**根切的坏处**——

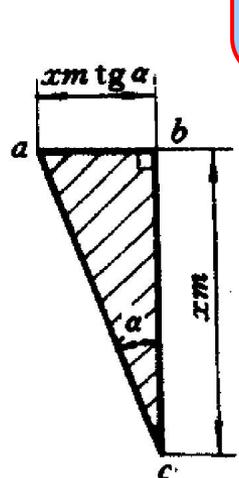
- ①削弱轮齿的抗弯强度；
- ②降低齿轮传动的重合度。



# 根切的原因

$d_b = mz \cos 20^\circ$ ,  $z$  越小, 基圆越小,  $N_1$  点越低。

违反渐开线的第五性质, 刀具的齿顶线超过了  $N_1$  点, 根切!

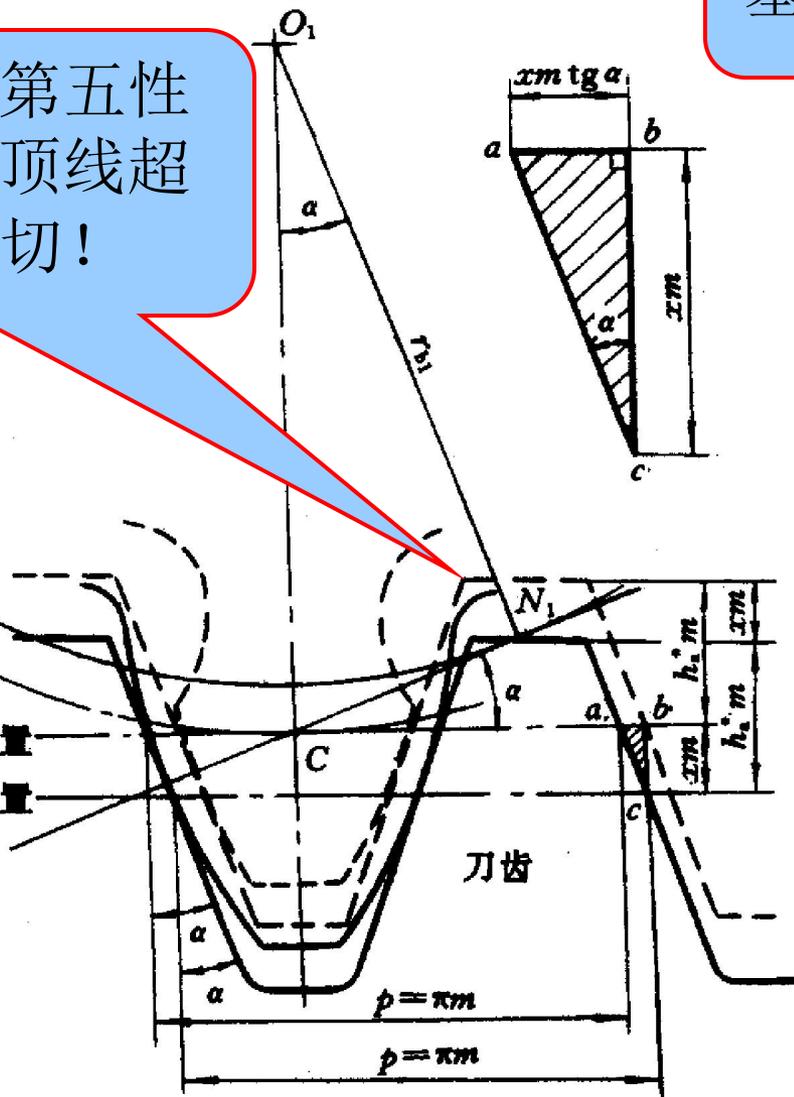


轮坯分度圆

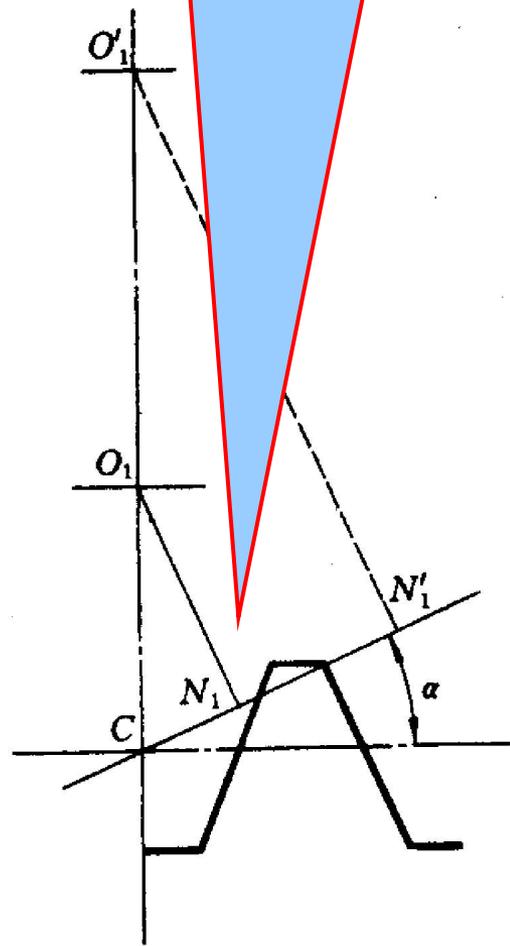
切削标准齿轮时刀具中线位置

切削变位齿轮时刀具中线位置

刀齿



a)



b)

根切和变位齿轮

# 渐开线标准齿轮不发生根切的最小齿数

若不发生根切，则

$$N_1 Q \geq h_a^* m$$

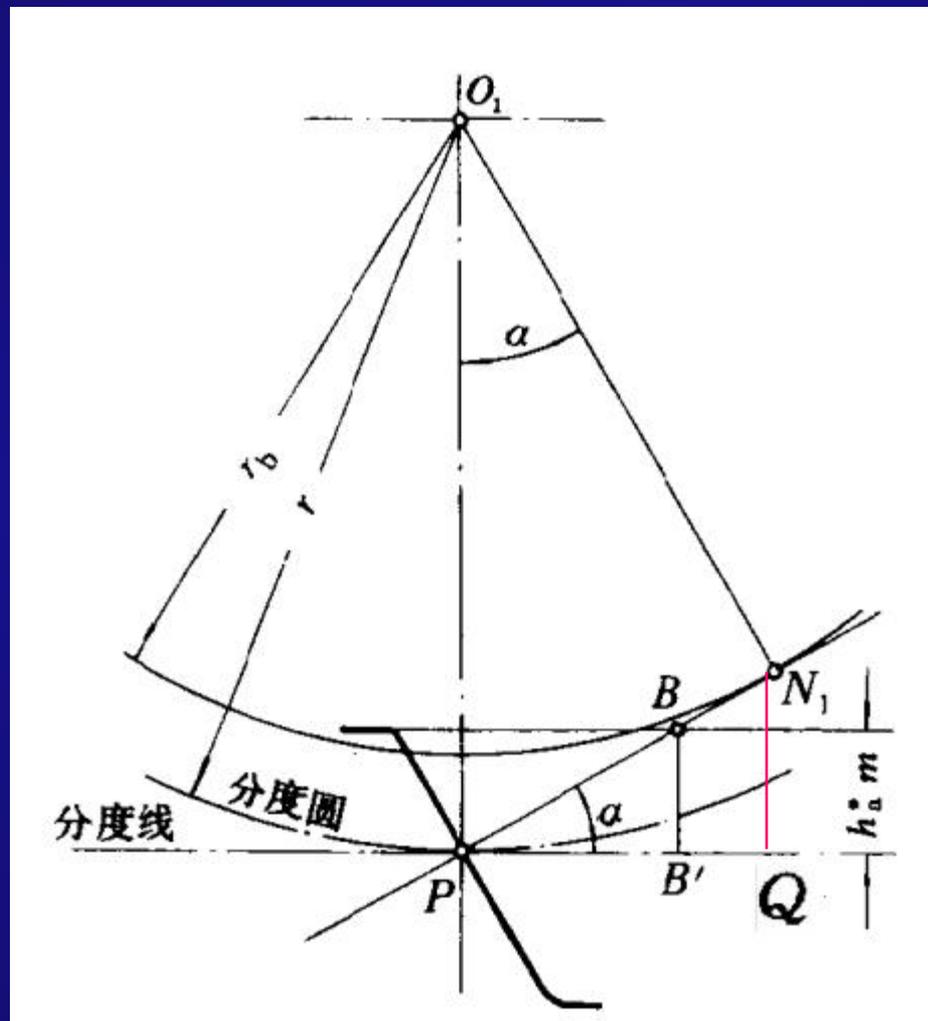
$$PN_1 \sin 20^\circ \geq h_a^* m$$

$$\frac{mz}{2} \sin^2 20^\circ \geq h_a^* m$$

$$z \geq \frac{2h_a^*}{\sin^2 20^\circ}$$

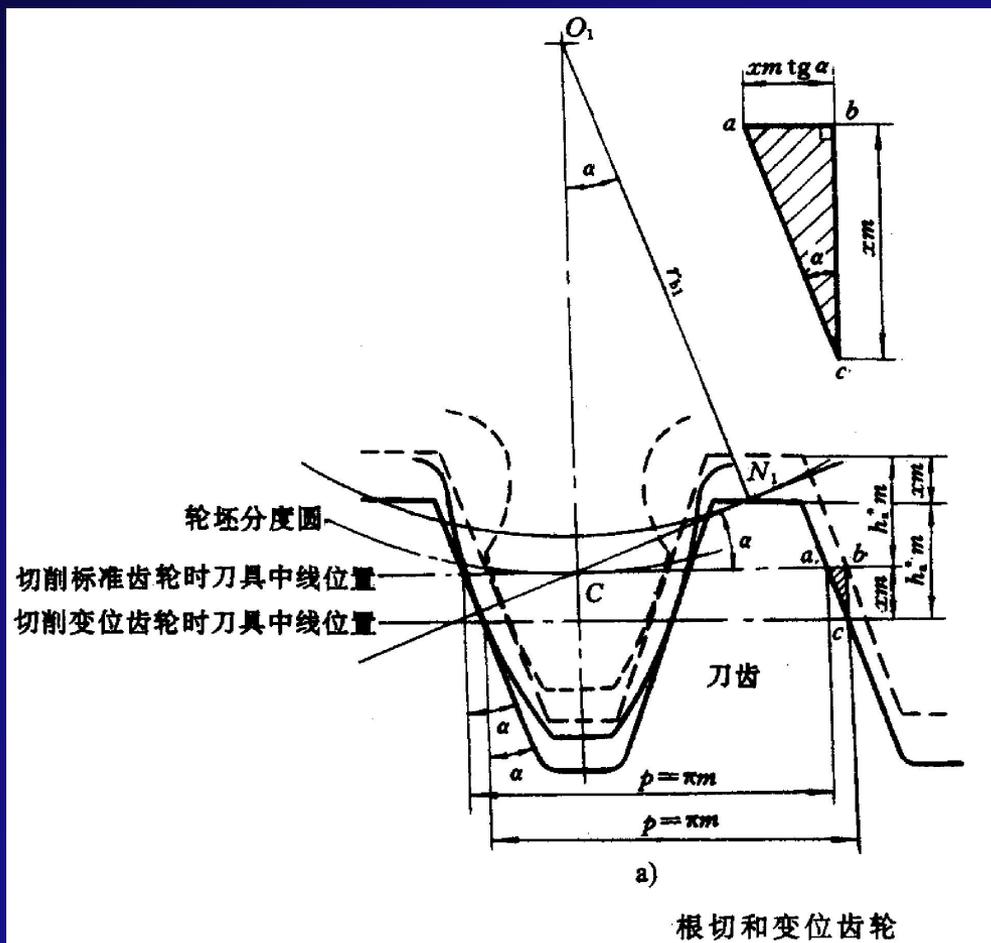
$$\text{即, } z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 20^\circ}$$

当 $h_a^*=1$ 时,  $z_{\min}=17$



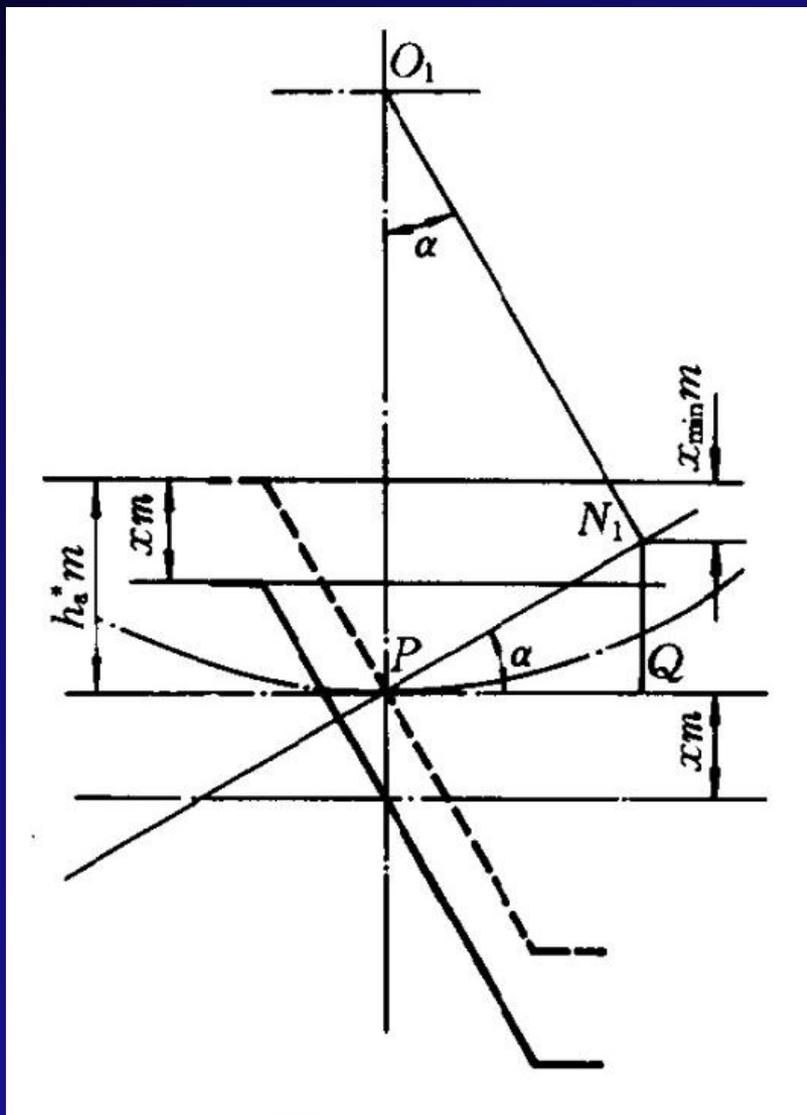
# 防止根切的方法——变位修正

齿轮变位修正法：用范成加工齿轮时，改变刀具与轮坯相对位置。



以切削标准齿轮时的位置为基准。刀具的移动距离 $xm$ 称为变位量， $x$ 称为变位系数。并规定刀具远离轮坯中心时 $x$ 为正值，称正变位；反之，刀具趋近轮坯中心时 $x$ 为负值，称负变位。

# 渐开线齿轮不发生根切的最小变位系数 $x_{\min}$



$$h_a^* m - xm \leq N_1 Q$$

$$h_a^* m - xm \leq P N_1 \sin 20^\circ$$

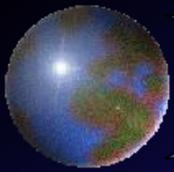
$$\text{有 } \frac{mz}{2} \sin^2 20^\circ \geq h_a^* m - xm$$

$$xm \geq h_a^* m - \frac{mz}{2} \sin^2 20^\circ$$

$$\text{即 } x \geq h_a^* - \frac{z}{2} \sin^2 20^\circ$$

$$\text{因 } \frac{\sin^2 20^\circ}{2} = \frac{h_a^*}{z_{\min}}$$

$$\text{故 } x \geq \frac{h_a^* (z_{\min} - z)}{z_{\min}}$$

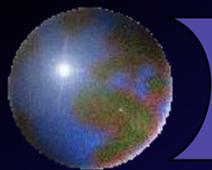


## 标准齿轮的局限性：

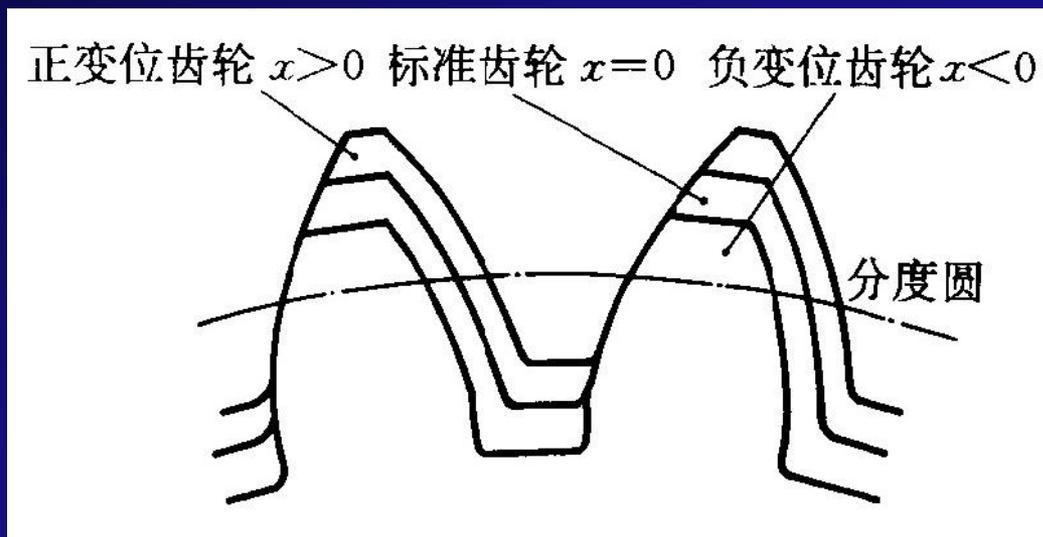
- 最小齿数受限，否则发生根切，降低齿轮的弯曲强度，并使重合度降低。
- 多级齿轮传动设计中，中心距很难保证。
- 在传动系统中，小齿轮易损坏，难以保证等强度和等寿命设计。

## 齿轮变位修正的优点：

- 可用范成法加工齿数小于17而不根切的齿轮。
- 可配凑中心距，实现无侧隙啮合传动。
- 可缩小传动机构的尺寸；改善传动性能。



# 变位齿轮与标准齿轮的比较



加工方法

同样的机床、刀具

改变了刀具与轮坯的相对位置

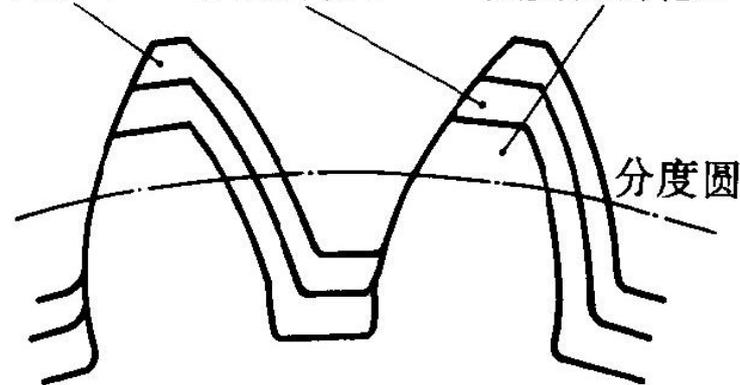
**标准齿轮：**刀具的中线与轮坯的分度圆**相切**。

**变位齿轮：**刀具的中线与轮坯的分度圆**不相切**。

$$s = m\left(\frac{\pi}{2} + 2x \operatorname{tg}\alpha\right)$$

$$e = m\left(\frac{\pi}{2} - 2x \operatorname{tg}\alpha\right)$$

正变位齿轮  $x > 0$  标准齿轮  $x = 0$  负变位齿轮  $x < 0$



几何尺寸

齿距 $p$ 、模数 $m$ 、压力角 $\alpha$ 、分度圆 $d$ 和基圆 $d_b$ 保持不变，渐开线形状不变。

分度圆齿槽宽和齿厚不等， $e \neq s$ ， $d_a$ 、 $d_f$ 、 $h_a$ 、 $h_f$ 的大小有变化。

关键



# 例题——变位齿轮计算

图示为一渐开线变位齿轮，其模数 $m=5\text{mm}$ ，压力角 $\alpha=20^\circ$ ，齿数 $z=24$ ，变位系数 $x=0.05$ ，当用跨距棒来测量时，要求测量棒2正好在分度圆处与齿廓相切。试求所需的测量棒的直径 $r_p$ 和两测量棒外侧之间的跨棒距 $L$ 。

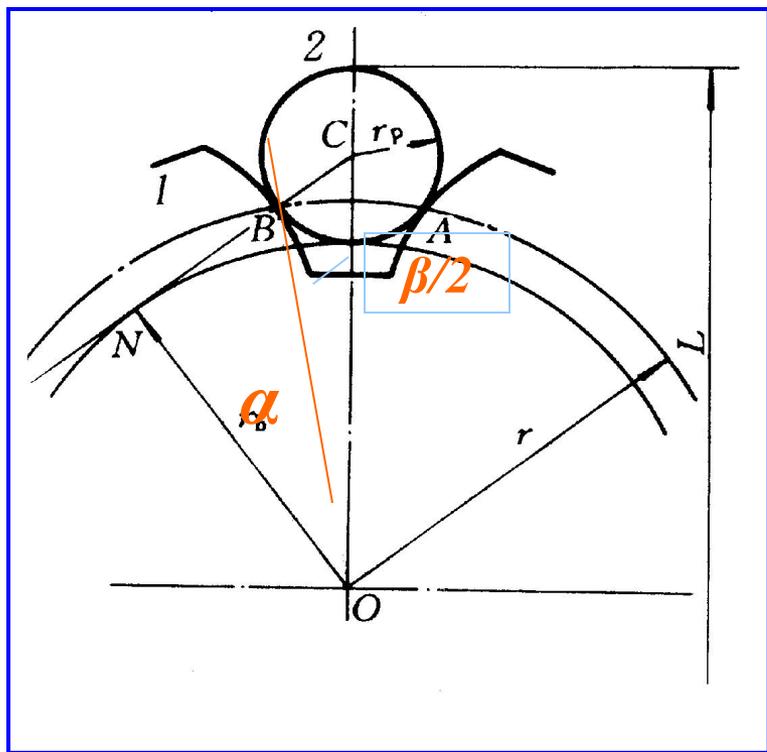
解：

$$d = mz = 5 \times 24 = 120 \text{ mm}$$

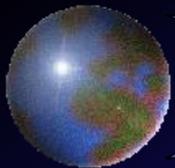
$$r_b = d \cos 20^\circ / 2 = 56.38 \text{ mm}$$

$$e = \left( \frac{\pi}{2} - 2x \operatorname{tg} \alpha \right) m = 7.672 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{2} &= \frac{e/2}{r} = \frac{7.672/2}{60} = 0.06393 \text{ rad} \\ &= 3.6631^\circ \end{aligned}$$







# 变位齿轮的啮合传动

$$\text{inv}20^\circ = 0.014904$$

与标准齿轮一样，变位齿轮的啮合传动也必须满足：**正确啮合的条件、正确安装的条件、连续传动的条件。**

**思考：** 齿轮能否与标准齿轮正确变位啮合？

1、要保证变位齿轮传动无侧隙正确安装，可应用**无侧隙啮合方程式：**

$$\text{inv}\alpha' = \frac{2(x_1 + x_2)\text{tg}\alpha}{z_1 + z_2} + \text{inv}\alpha$$

$$\alpha \cos\alpha = \alpha' \cos\alpha'$$

## 2、中心距变动系数

实际中心距

$$a' = r_1' + r_2' = (r_1 + r_2) \cos \alpha / \cos \alpha' \\ = a \cos \alpha / \cos \alpha'$$

中心距变动系数

$$y = (a' - a) / m$$

$a''$  是保证顶隙为标准值  $c^*m$  时应有的中心距，一般情况下  $a' \neq a''$ 。

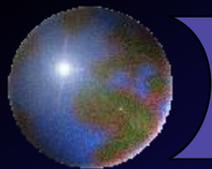
## 3、齿高变动系数 $\sigma$

$$a'' = r_1 + r_2 + (x_1 + x_2) m$$

$$\sigma m = a'' - a' = (x_1 + x_2) m - ym$$

$$h_a = (h_a^* + x - \sigma) m$$

$$h_f = (h_a^* + c^* - x) m$$



# 变位齿轮传动的类型

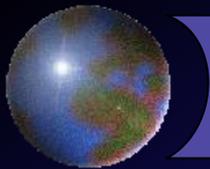
1、零传动  $x_{\Sigma} = x_1 + x_2 = 0$

$$x_1 = x_2 = 0$$

$$x_1 = -x_2 \neq 0$$

2、正传动  $x_{\Sigma} = x_1 + x_2 > 0$

3、负传动  $x_{\Sigma} = x_1 + x_2 < 0$

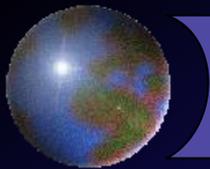


# 1、零传动 $x_{\Sigma} = x_1 + x_2 = 0$

- $x_1 = x_2 = 0$  标准齿轮传动
- $x_1 = -x_2 \neq 0$  等移距变位齿轮传动

**特点:** 1)  $a' = a; \alpha' = \alpha; y = 0; \sigma = 0$   
2)  $z_{\Sigma} = z_1 + z_2 \geq 2z_{min}$

- 优点:**
- 1) 结构紧凑，小齿轮的齿数可以减少。
  - 2) 提高了齿轮的承载能力，小齿轮强度增加。
  - 3) 改善了齿轮的磨损情况。



## 2、正传动

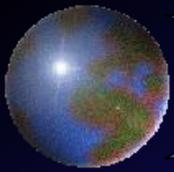
$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2 > 0$$

特点:  $a' > a$ ;  $\alpha' > \alpha$ ;  $y > 0$ ;  $\sigma > 0$

- 优点:**
- 1) 结构紧凑, 小齿轮的齿数可以减少
  - 2) 提高了齿轮的承载能力, 小齿轮强度增加。
  - 3) 改善了齿轮的磨损情况。
  - 4) 可以配凑中心距。

**缺点:** 重合度减少, 必须核验重合度。

齿顶变尖, 齿顶厚  $s_a \geq 0.4m$

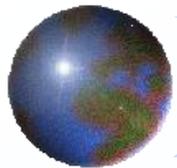


### 3、负传动

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2 < 0$$

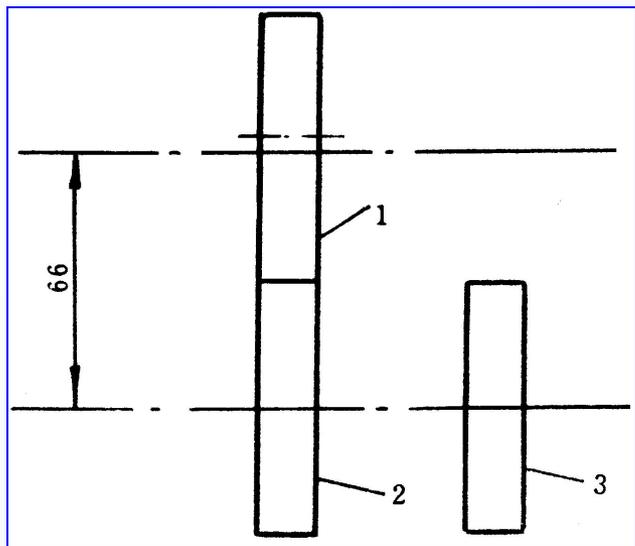
特点:  $a' < a$ ;  $\alpha' < \alpha$ ;  $y < 0$ ;  $\sigma > 0$

**优缺点:** 齿轮传动的重合度有所增大，但齿轮传动的整体强度降低。一般只应用于需配凑中心距时。



# 例题——变位齿轮传动计算

图示为C6150车床进给箱中的三个齿轮，其中齿轮1为滑动齿轮。已知两轴中心距为 $66\text{mm}$ ，模数 $m=3.5\text{mm}$ ， $Z_1=18$ ， $Z_3=20$ ，取 $x_1=0$ ，齿轮1如与齿轮3啮合，试计算齿轮3所需的变位系数 $x_3$ 。



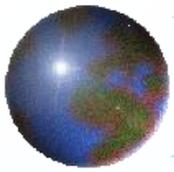
解：齿轮1、3的标准中心距为

$$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{3.5(18 + 20)}{2} = 66.5 \text{ mm}$$

而齿轮1、3的实际安装中心距 $a'$ 为 $66\text{mm}$ 。故，采用变位齿轮传动凑中心距（ $a' \leq a$ ，负传动）。

保证安装中心距 $a'$ ，啮合角应为

$$\alpha' = \arccos\left(\frac{a}{a'} \cos \alpha\right) = \arccos\left(\frac{66.5}{66} \cos \alpha\right) = 18^\circ 46' 16''$$



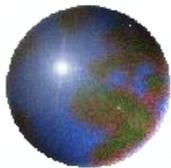
保证无侧隙安装的变位系数之和  $x_1+x_3$  应为

$$\begin{aligned}x_1 + x_3 &= \frac{z_1 + z_3}{2 \operatorname{tg} \alpha} (\operatorname{inv} \alpha' - \operatorname{inv} \alpha) \\&= \frac{18 + 20}{2 \operatorname{tg} 20^\circ} (\operatorname{inv} 18^\circ 46' 16'' - \operatorname{inv} 20^\circ) \\&= \frac{18 + 20}{2 \operatorname{tg} 20^\circ} (0.012247532 - 0.014904838) \\&= -0.1387\end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned}x_3 &= (x_1 + x_3) - x_1 \\&= -0.1387 - 0 \\&= -0.1387\end{aligned}$$

齿轮3是负变位!



# 例题

一对标准直齿圆柱齿轮传动，已知 $\alpha=20^\circ$ ， $m=2\text{mm}$ ， $h_a^*=1$ ， $Z_1=30$ ， $Z_2=50$ 。现在，由于技术改造，要求 $Z_1$ 改为29，而齿轮2仍用原来的，中心距保持不变，试求齿轮1的变位系数 $x_1$ 。

解：  $a' = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{2 \times (30 + 50)}{2} = 80 \text{ mm}$

$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{2 \times (29 + 50)}{2} = 79 \text{ mm}$

$\alpha' = \arccos\left(\frac{a \cos \alpha}{a'}\right) = 21.8831^\circ$

$x_1 + 0 = \frac{z_1 + z_2}{2 \operatorname{tg} \alpha} (\operatorname{inv} \alpha' - \operatorname{inv} \alpha) = 0.523$

则  $x_1 = 0.523 \quad x_2 = 0$

正传动

实际安装  
中心距

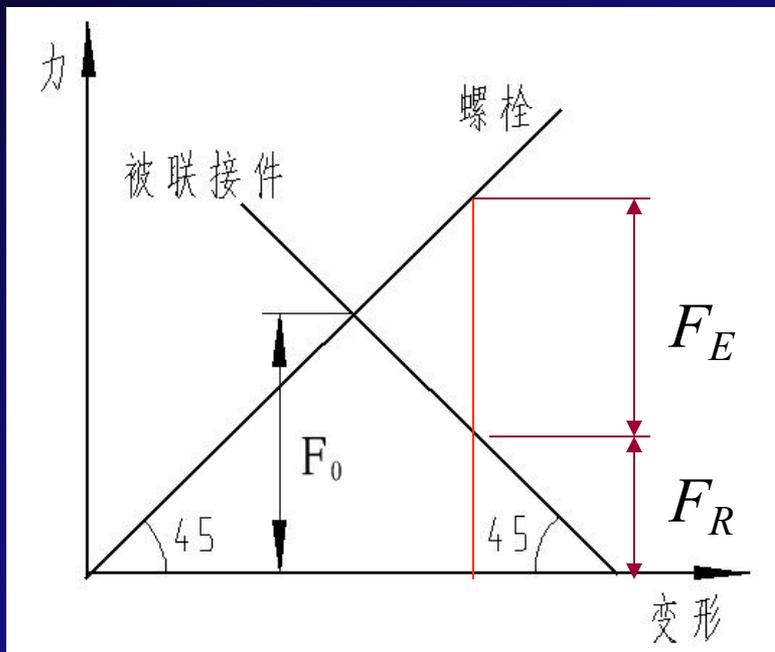
改造后的  
标准中心距

$\operatorname{inv} \alpha = 0.014904$

$\operatorname{inv} \alpha' = 0.019722$

# 例题

如图所示为螺栓联接的力—变形图。若保证残余予紧力 $F_R$ 的大小等于其予紧力 $F_0$ 的一半，试分别用作图法和解析法求出该联接所能承受的工作载荷 $F_a$ 。



螺栓总拉力 $F_a$ 与预紧力 $F_0$ 之间的关系：

$$F_a = F_0 + \Delta F_b = F_0 + F_E \frac{k_b}{k_b + k_c}$$

解： 由题意得：

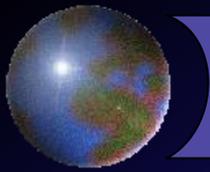
$$k_b = k_c = 1.0$$

由 
$$F_R = F_0 - F_E \left(1 - \frac{k_b}{k_b + k_c}\right)$$

取 
$$F_R = 0.5F_0$$

则 
$$0.5F_0 = F_0 - F_E \left(1 - \frac{1}{1+1}\right)$$

故 
$$F_E = F_0$$



用绳索通过吊环螺钉起吊重物，绳索受最大拉力  $F_{\max}=10\text{KN}$ ，螺钉刚度与被联接件刚度之比  $k_b/k_c=1/3$ ，求：（1）为使工作面不离缝，螺钉的最小预紧力；（2）若预紧力为10KN，工作螺钉的残余预紧力为多少？